2002 普通高等学校招生考试 (新课标文)

一、选择题

1. 直线 $(1+a)x+y+1=0$ 与圆 $x^2+y^2-2x=0$ 相切, 则 a 的值为 ( )

(A) ±1 (B) ±2 (C) 1 (D) -1

2. 已知 m, n 为异面直线, $m \subset$ 平面 α, $n \subset$ 平面 β, $\alpha \cap \beta = l$, 则 l ( )

(A) 与 m, n 都相交 (B) 与 m, n 中至少一条相交

(C) 与 m, n 都不相交 (D) 至多与 m, n 中的一条相交

3. 函数 $y=a^x$ 在 $[0,1]$ 上的最大值与最小值这和为 3, 则 $a=$ ( )

(A) $\dfrac{1}{2}$ (B) 2 (C) 4 (D) $\dfrac{1}{4}$

4. 不等式 $(1+x)(1-|x|)>0$ 的解集是 ( )

(A) $\{x \mid 0 \leqslant x < 1\}$ (B) $\{x \mid x<0$ 且 $x \neq -1\}$

(C) $\{x \mid -1<x<1\}$ (D) $\{x \mid x<1$ 且 $x \neq -1\}$

5. 在 $(0,2\pi)$ 内, 使 $\sin x > \cos x$ 成立的 x 的取值范围是 ( )

(A) $\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right)\cup\left(\pi,\dfrac{5\pi}{4}\right)$ (B) $\left(\dfrac{\pi}{4},\pi\right)$

(C) $\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{5\pi}{4}\right)$ (D) $\left(\dfrac{\pi}{4},\pi\right)\cup\left(\dfrac{5\pi}{4},\dfrac{3\pi}{2}\right)$

6. 设集合 $M=\left\{x \,\middle|\, x=\dfrac{k}{2}+\dfrac{1}{4},\ k\in\mathbf{Z}\right\}$, $N=\left\{x \,\middle|\, x=\dfrac{k}{4}+\dfrac{1}{2},\ k\in\mathbf{Z}\right\}$, 则 ( )

(A) $M=N$ (B) $M\subseteq N$ (C) $M\supseteq N$ (D) $M\cap N=\varnothing$

7. 椭圆 $5x^2+ky^2=5$ 的一个焦点是 $(0,2)$, 那么 $k=$ ( )

(A) -1 (B) 1 (C) $\sqrt{5}$ (D) $-\sqrt{5}$

8. 正六棱柱 $ABCDEF-A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 的底面边长为 1, 侧棱长为 $\sqrt{2}$, 则这个棱柱侧面对角线 E_1D 与 BC_1 所成的角是 ( )

(A) $90°$ (B) $60°$ (C) $45°$ (D) $30°$

9. 函数 $y=x^2+bx+c$, $x\in[0,+\infty)$ 是单调函数的充要条件是 ( )

(A) $b\geqslant0$ (B) $b\leqslant0$ (C) $b>0$ (D) $b<0$

10. 已知 $0<x<y<a<1$, 则有 ( )

(A) $\log_a(xy)<0$ (B) $0<\log_a(xy)<1$

(C) $1<\log_a(xy)<2$ (D) $\log_a(xy)>2$

11. 从正方体的 6 个面中选取 3 个面, 其中有 2 个面不相邻的选法共有 ( )

(A) 8 种 (B) 12 种 (C) 16 种 (D) 20 种

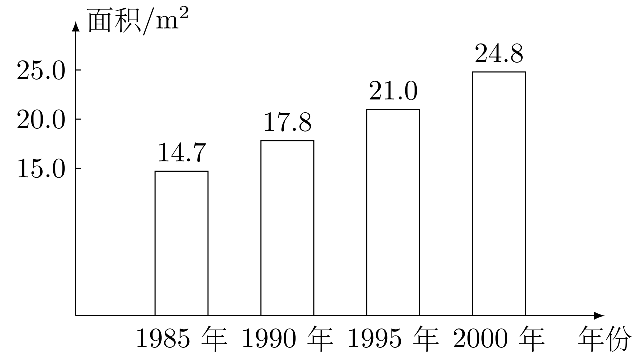
12. 平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 已知两点 $A(3,1)$、$B(-1,3)$, 若点 C 满足 $\overrightarrow{OC}=\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}$, 其中 α、$\beta\in\mathbf{R}$, 且 $\alpha+\beta=1$, 则点 C 的轨迹方程为 ( )

(A) $3x+2y-11=0$ (B) $(x-1)^2+(y-2)^2=5$

(C) $2x-y=0$ (D) $x+2y-5=0$

二、填空题

13. 据新华社 2002 年 3 月 12 日电, 1985 年到 2000 年间, 我国农村人均居住面积如图所示, 其中, 从______年______年的五年间增长最快.



14. 已知 $\sin2\alpha=-\sin\alpha$, $\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$, 则 $\cot\alpha=$______.

15. 甲、乙两种冬小麦试验品种连续 5 年的平均单位面积产量如下 (单位: t/km^2):

品种	第 1 年	第 2 年	第 3 年	第 4 年	第 5 年
甲	9.8	9.9	10.1	10	10.2
乙	9.4	10.3	10.8	9.7	9.8

其中产量比较稳定的小麦品种是______.

16. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有定义, 下列函数

① $y=-|f(x)|$; ② $y=xf(x^2)$; ③ $y=-f(-x)$; ④ $y=f(x)-f(-x)$.

其中必为奇函数的有______. (要求填写正确答案的序号)

三、解答题

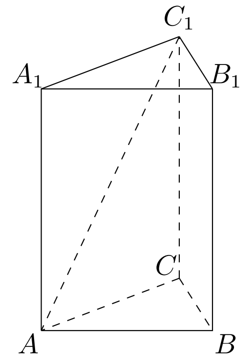
17. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_6-a_4=24$, $a_3a_5=64$, 求 $\{a_n\}$ 前 8 项的和 S_8.

18. 已知 $\sin^2 2\alpha+\sin2\alpha\cos\alpha-\cos2\alpha=1$, $\alpha\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$, 求 $\sin\alpha$、$\tan\alpha$ 的值.

19. 【甲】如图, 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面边长为 a, 侧棱长为 $\sqrt{2}a$.

(1) 建立适当的坐标系, 并写出点 A, B, A_1, C_1 的坐标;

(2) 求 AC_1 与侧面 ABB_1A_1 所成的角.

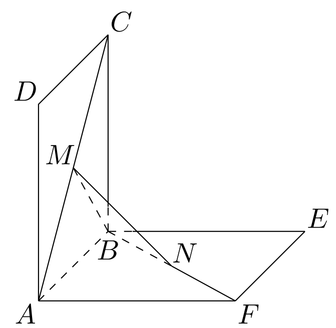


【乙】如图, 正方形 $ABCD$、$ABEF$ 的边长都是 1, 而且平面 $ABCD$、$ABEF$ 互相垂直. 点 M 在 AC 上移动, 点 N 在 BF 上移动, 若 $CM=BN=a$ $(0<a<\sqrt{2})$.

(1) 求 MN 的长;

(2) a 为何值时, MN 的长最小;

(3) 当 MN 的长最小时, 求面 MNA 与面 MNB 所成二面角 α 的大小.



20. 某单位 6 个员工借助互联网开展工作, 每个员工上网的概率都是 0.5 (相互独立).

(1) 求至少 3 人同时上网的概率;

(2) 至少几人同时上网的概率小于 0.3?

21. 已知 $a>0$, 函数 $f(x)=x^3-a$, $x\in(0,+\infty)$. 设 $x_1>0$, 记曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_1,f(x_1))$ 处的切线为 l.

(1) 求 l 的方程;

(2) 设 l 与 x 轴交点为 $(x_2,0)$. 证明:

① $x_2\geqslant a^{\frac{1}{3}}$;

② 若 $x_2>a^{\frac{1}{3}}$, 则 $a^{\frac{1}{3}}<x_2<x_1$.

22. 已知两点 $M(-1,0)$, $N(1,0)$, 且点 P 使 $\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$, $\overrightarrow{NM}\cdot\overrightarrow{NP}$ 成公差小于零的等差数列.

(1) 点 P 的轨迹是什么曲线?

(2) 若点 P 坐标为 (x_0,y_0), 记 θ 为 $\overrightarrow{PM}$ 与 $\overrightarrow{PN}$ 的夹角, 求 $\tan\theta$.