2002 普通高等学校招生考试 (新课标理)

一、选择题

1. 曲线 $\begin{cases} x=\cos\theta, \\ y=\sin\theta, \end{cases}$ (θ 为参数) 上的点到两坐标轴的距离之和的最大值是(　)

(A) $\dfrac{1}{2}$　(B) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(C) 1　(D) $\sqrt{2}$

2. 复数 $\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}\right)^3$ 的值是　(　)

(A) $-\mathrm{i}$　(B) i　(C) -1　(D) 1

3. 已知 m, n 为异面直线, $m\subset$ 平面 α, $n\subset$ 平面 β, $\alpha\cap\beta=l$, 则 l　(　)

(A) 与 m, n 都相交　(B) 与 m, n 中至少一条相交

(C) 与 m, n 都不相交　(D) 至多与 m, n 中的一条相交

4. 不等式 $(1+x)(1-|x|)>0$ 的解集是　(　)

(A) $\{x\mid 0\leqslant x<1\}$　(B) $\{x\mid x<0$ 且 $x\neq -1\}$

(C) $\{x\mid -1<x<1\}$　(D) $\{x\mid x<1$ 且 $x\neq -1\}$

5. 在 $(0,2\pi)$ 内, 使 $\sin x>\cos x$ 成立的 x 的取值范围是　(　)

(A) $\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right)\cup\left(\pi,\dfrac{5\pi}{4}\right)$　(B) $\left(\dfrac{\pi}{4},\pi\right)$

(C) $\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{5\pi}{4}\right)$　(D) $\left(\dfrac{\pi}{4},\pi\right)\cup\left(\dfrac{5\pi}{4},\dfrac{3\pi}{2}\right)$

6. 设集合 $M=\left\{x\,\middle|\, x=\dfrac{k}{2}+\dfrac{1}{4},\ k\in\mathbf{Z}\right\}$, $N=\left\{x\,\middle|\, x=\dfrac{k}{4}+\dfrac{1}{2},\ k\in\mathbf{Z}\right\}$, 则　(　)

(A) $M=N$　(B) $M\subseteq N$　(C) $M\supseteq N$　(D) $M\cap N=\varnothing$

7. 正六棱柱 $ABCDEF-A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 的底面边长为 1, 侧棱长为 $\sqrt{2}$, 则这个棱柱侧面对角线 E_1D 与 BC_1 所成的角是　(　)

(A) 90°　(B) 60°　(C) 45°　(D) 30°

8. 函数 $y=x^2+bx+c$, $x\in[0,+\infty)$ 是单调函数的充要条件是　(　)

(A) $b\geqslant 0$　(B) $b\leqslant 0$　(C) $b>0$　(D) $b<0$

9. 已知 $0<x<y<a<1$, 则有　(　)

(A) $\log_a(xy)<0$　(B) $0<\log_a(xy)<1$

(C) $1<\log_a(xy)<2$　(D) $\log_a(xy)>2$

10. 平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 已知两点 $A(3,1)$、$B(-1,3)$, 若点 C 满足 $\overrightarrow{OC}=\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}$, 其中 α、$\beta\in\mathbf{R}$, 且 $\alpha+\beta=1$, 则点 C 的轨迹方程为　(　)

(A) $3x+2y-11=0$　(B) $(x-1)^2+(y-2)^2=5$

(C) $2x-y=0$　(D) $x+2y-5=0$

11. 从正方体的 6 个面中选取 3 个面, 其中有 2 个面不相邻的选法共有　(　)

(A) 8 种　(B) 12 种　(C) 16 种　(D) 20 种

12. 据 2002 年 3 月 5 日九届人大五次会议《政府工作报告》: “2001 年国内生产总值达到 95933 亿元, 比上年增长 7.3%”, 如果“十 · 五”期间 (2001 年 – 2005 年) 每年的国内生产总值都按此年增长率增长, 那么到“十 · 五”末我国国内年生产总值约为　(　)

(A) 115000 亿元　(B) 120000 亿元　(C) 127000 亿元　(D) 135000 亿元

二、填空题

13. 函数 $y=\dfrac{2x}{1+x}$, $x\in(-1,+\infty)$ 图象与其反函数图象的交点为______.

14. 椭圆 $5x^2+ky^2=5$ 的一个焦点是 $(0,2)$, 那么 $k=$______.

15. 直线 $x=0$, $y=0$, $x=2$ 与曲线 $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$ 所围成的图形绕 x 轴旋转一周而成的旋转体的体积等于______.

16. 已知 $f(x)=\dfrac{x^2}{1+x^2}$, 那么 $f(1)+f(2)+f\left(\dfrac{1}{2}\right)+f(3)+f\left(\dfrac{1}{3}\right)+f(4)+f\left(\dfrac{1}{4}\right)=$______.

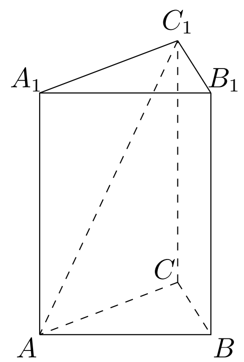
三、解答题

17. 已知 $\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{3}{5}$, $\dfrac{\pi}{2}\leqslant\alpha<\dfrac{3\pi}{2}$, 求 $\cos\left(2\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的值.

18.【甲】如图, 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面边长为 a, 侧棱长为 $\sqrt{2}a$.

(1) 建立适当的坐标系, 并写出点 A, B, A_1, C_1 的坐标;

(2) 求 AC_1 与侧面 ABB_1A_1 所成的角.

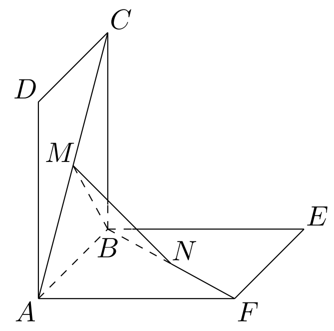


【乙】如图, 正方形 $ABCD$、$ABEF$ 的边长都是 1, 而且平面 $ABCD$、$ABEF$ 互相垂直. 点 M 在 AC 上移动, 点 N 在 BF 上移动, 若 $CM=BN=a$ $(0<a<\sqrt{2})$.

(1) 求 MN 的长;

(2) a 为何值时, MN 的长最小;

(3) 当 MN 的长最小时, 求面 MNA 与面 MNB 所成二面角 α 的大小.



19. 某单位 6 个员工借助互联网开展工作, 每个员工上网的概率都是 0.5 (相互独立).

(1) 求至少 3 人同时上网的概率;

(2) 至少几人同时上网的概率小于 0.3?

20. 已知 $a>0$, 函数 $f(x)=\dfrac{1-ax}{x}$, $x\in(0,+\infty)$. 设 $0<x_1<\dfrac{2}{a}$, 记曲线 $y=f(x)$ 在点 $M(x_1,f(x_1))$ 处的切线为 l.

(1) 求 l 的方程;

(2) 设 l 与 x 轴交点为 $(x_2,0)$. 证明:

① $0<x_2\leqslant\dfrac{1}{a}$;

② 若 $x_1<\dfrac{1}{a}$, 则 $x_1<x_2<\dfrac{1}{a}$.

21. 已知两点 $M(-1,0)$, $N(1,0)$, 且点 P 使 $\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$, $\overrightarrow{NM}\cdot\overrightarrow{NP}$ 成公差小于零的等差数列.

(1) 点 P 的轨迹是什么曲线?

(2) 若点 P 坐标为 (x_0,y_0), 记 θ 为 $\overrightarrow{PM}$ 与 $\overrightarrow{PN}$ 的夹角, 求 $\tan\theta$.

22. 已知 $\{a_n\}$ 是由非负整数组成的数列, 满足 $a_1=0$, $a_2=3$, $a_{n+1}a_n=(a_{n-1}+2)(a_{n-2}+2)$, $n=3,4,5,\cdots$.

(1) 求 a_3;

(2) 证明 $a_n=a_{n-2}+2$, $n=3,4,5,\cdots$;

(3) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式及其前 n 项和 S_n.