

2002 普通高等学校招生考试 (大纲卷文)

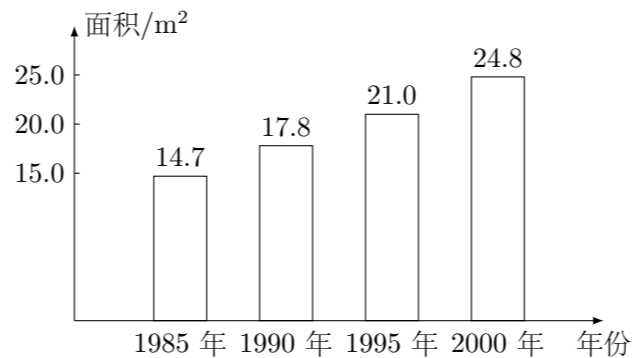
一、选择题

1. 直线 $(1+a)x + y + 1 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 - 2x = 0$ 相切, 则 a 的值为 ()
 (A) ± 1 (B) ± 2 (C) 1 (D) -1
2. 复数 $\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3$ 的值是 ()
 (A) $-i$ (B) i (C) -1 (D) 1
3. 不等式 $(1+x)(1-|x|) > 0$ 的解集是 ()
 (A) $\{x \mid 0 \leq x < 1\}$ (B) $\{x \mid x < 0 \text{ 且 } x \neq -1\}$
 (C) $\{x \mid -1 < x < 1\}$ (D) $\{x \mid x < 1 \text{ 且 } x \neq -1\}$
4. 函数 $y = a^x$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值与最小值之和为 3, 则 $a =$ ()
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) 4 (D) $\frac{1}{4}$
5. 在 $(0, 2\pi)$ 内, 使 $\sin x > \cos x$ 成立的 x 的取值范围是 ()
 (A) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\pi, \frac{5\pi}{4}\right)$ (B) $\left(\frac{\pi}{4}, \pi\right)$
 (C) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)$ (D) $\left(\frac{\pi}{4}, \pi\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right)$
6. 设集合 $M = \left\{x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, $N = \left\{x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, 则 ()
 (A) $M = N$ (B) $M \subseteq N$ (C) $M \supseteq N$ (D) $M \cap N = \emptyset$
7. 椭圆 $5x^2 + ky^2 = 5$ 的一个焦点是 $(0, 2)$, 那么 $k =$ ()
 (A) -1 (B) 1 (C) $\sqrt{5}$ (D) $-\sqrt{5}$
8. 一个圆锥和一个半球有公共底面, 如果圆锥的体积恰好与半球的体积相等, 那么这个圆锥轴截面顶角的余弦值是 ()
 (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $-\frac{3}{5}$
9. 已知 $0 < x < y < a < 1$, 则有 ()
 (A) $\log_a(xy) < 0$ (B) $0 < \log_a(xy) < 1$
 (C) $1 < \log_a(xy) < 2$ (D) $\log_a(xy) > 2$
10. 函数 $y = x^2 + bx + c$, $x \in [0, +\infty)$ 是单调函数的充要条件是 ()
 (A) $b \geq 0$ (B) $b \leq 0$ (C) $b > 0$ (D) $b < 0$
11. 设 $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$, 则二次曲线 $x^2 \cot \theta - y^2 \tan \theta = 1$ 的离心率的取值范围为 ()
 (A) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ (B) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ (C) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}\right)$ (D) $(\sqrt{2}, +\infty)$

12. 从正方体的 6 个面中选取 3 个面, 其中有 2 个面不相邻的选法共有 ()
 (A) 8 种 (B) 12 种 (C) 16 种 (D) 20 种

二、填空题

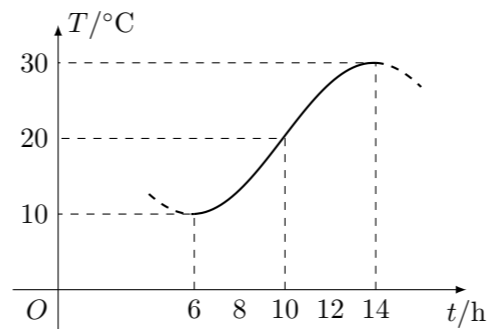
13. 据新华社 2002 年 3 月 12 日电, 1985 年到 2000 年间, 我国农村人均居住面积如图所示, 其中, 从_____年_____年的五年间增长最快.



14. 函数 $y = \frac{2x}{1+x}$, $x \in (-1, +\infty)$ 图象与其反函数图象的交点为_____.
15. $(x^2 + 1)(x - 2)^7$ 展开式中 x^3 的系数是_____.
16. 对于顶点在原点的抛物线, 给出下列条件:
 ① 焦点在 y 轴上;
 ② 焦点在 x 轴上;
 ③ 抛物线上横坐标为 1 的点到焦点的距离等于 6;
 ④ 抛物线的通径的长为 5;
 ⑤ 由原点向过焦点的某条直线作垂线, 垂足坐标为 $(2, 1)$.
 能使这抛物线方程为 $y^2 = 10x$ 的条件是_____. (要求填写合适条件的序号)

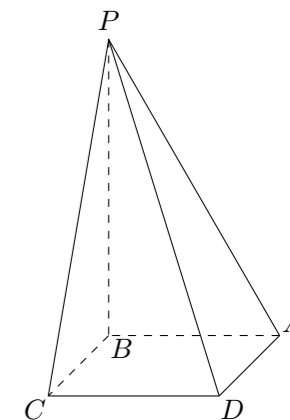
三、解答题

17. 如图, 某地一天从 6 时至 14 时的温度变化曲线近似满足函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi) + b$.
 (1) 求这段时间的最大温差;
 (2) 写出这段时间的函数解析式.



18. 甲、乙物体分别从相距 70 米的两处同时相向运动. 甲第 1 分钟走 2 米, 以后每分钟比前 1 分钟多走 1 米, 乙每分钟走 5 米.
 (1) 甲、乙开始运动后几分钟相遇?
 (2) 如果甲、乙到达对方起点后立即折返, 甲继续每分钟比前 1 分钟多走 1 米, 乙继续每分钟走 5 米, 那么开始运动几分钟后第二相遇?

19. 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是边长为 a 的正方形, $PB \perp$ 平面 $ABCD$.
 (1) 若面 PAD 与面 $ABCD$ 所成的二面角为 60° , 求这个四棱锥的体积;
 (2) 证明无论四棱锥的高怎样变化, 面 PAD 与面 PCD 所成的二面角恒大于 90° .



20. 设函数 $f(x) = x^2 + |x - 2| - 1, x \in \mathbf{R}$.

- (1) 判断 $f(x)$ 的奇偶性;
- (2) 求函数 $f(x)$ 的最小值.

21. 已知点 P 到两定点 $M(-1, 0)$ 、 $N(1, 0)$ 距离的比为 $\sqrt{2}$, 点 N 到直线 PM 的距离为 1, 求直线 PN 的方程.

22. (1) 给出两块相同的正三角形纸片 (如图 1, 图 2), 要求用其中一块剪拼成一个三棱锥模型, 另一块剪拼成一个正三棱柱模型, 使它们的全面积都与原三角形的面积相等, 请设计一种剪拼方法, 分别用虚线标示在图 1、图 2 中, 并作简要说明;

(2) 试比较你剪拼的正三棱锥与正三棱柱的体积的大小;

(3) 如果给出的是一块任意三角形的纸片 (如图 3), 要求剪拼成一个直三棱柱, 使它的全面积与给出的三角形的面积相等. 请设计一种剪拼方法, 用虚线标示在图 3 中, 并作简要说明.

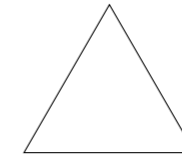


图 1

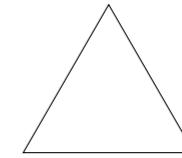


图 2

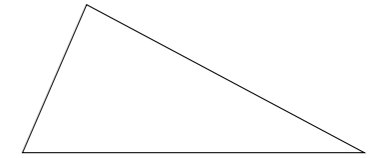


图 3