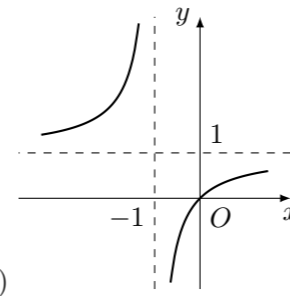
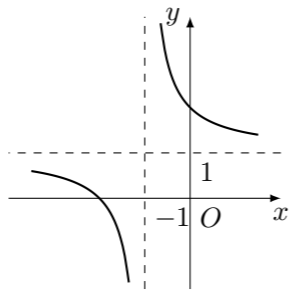
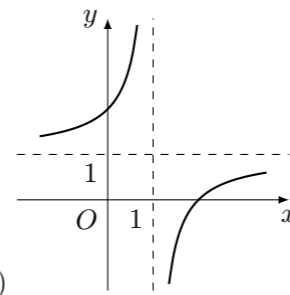
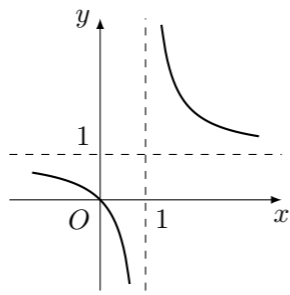


2002 普通高等学校招生考试 (大纲卷理)

一、选择题

1. 圆 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 的圆心到直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 的距离是 ()
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) 1 (D) $\sqrt{3}$
2. 复数 $\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3$ 的值是 ()
 (A) $-i$ (B) i (C) -1 (D) 1
3. 不等式 $(1+x)(1-|x|) > 0$ 的解集是 ()
 (A) $\{x \mid 0 \leq x < 1\}$ (B) $\{x \mid x < 0 \text{ 且 } x \neq -1\}$
 (C) $\{x \mid -1 < x < 1\}$ (D) $\{x \mid x < 1 \text{ 且 } x \neq -1\}$
4. 在 $(0, 2\pi)$ 内, 使 $\sin x > \cos x$ 成立的 x 的取值范围是 ()
 (A) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\pi, \frac{5\pi}{4}\right)$ (B) $\left(\frac{\pi}{4}, \pi\right)$
 (C) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)$ (D) $\left(\frac{\pi}{4}, \pi\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right)$
5. 设集合 $M = \left\{x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, $N = \left\{x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, 则 ()
 (A) $M = N$ (B) $M \subseteq N$ (C) $M \supseteq N$ (D) $M \cap N = \emptyset$
6. 点 $P(1, 0)$ 到曲线 $\begin{cases} x = t^2, \\ y = 2t, \end{cases}$ (其中参数 $t \in \mathbf{R}$) 上的点的最短距离为 ()
 (A) 0 (B) 1 (C) $\sqrt{2}$ (D) 2
7. 一个圆锥和一个半球有公共底面, 如果圆锥的体积恰好与半球的体积相等, 那么这个圆锥轴截面顶角的余弦值是 ()
 (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $-\frac{3}{5}$
8. 正六棱柱 $ABCDEF - A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 的底面边长为 1, 侧棱长为 $\sqrt{2}$, 则这个棱柱侧面对角线 E_1D 与 BC_1 所成的角是 ()
 (A) 90° (B) 60° (C) 45° (D) 30°
9. 函数 $y = x^2 + bx + c, x \in [0, +\infty)$ 是单调函数的充要条件是 ()
 (A) $b \geq 0$ (B) $b \leq 0$ (C) $b > 0$ (D) $b < 0$
10. 函数 $y = 1 - \frac{1}{x-1}$ 的图象是 ()



11. 从正方体的 6 个面中选取 3 个面, 其中有 2 个面不相邻的选法共有 ()
 (A) 8 种 (B) 12 种 (C) 16 种 (D) 20 种
12. 据 2002 年 3 月 5 日九届人大五次会议《政府工作报告》: “2001 年国内生产总值达到 95933 亿元, 比上年增长 7.3%”, 如果“十·五”期间 (2001 年 - 2005 年) 每年的国内生产总值都按此年增长率增长, 那么到“十·五”末我国国内年生产总值约为 ()
 (A) 115000 亿元 (B) 120000 亿元 (C) 127000 亿元 (D) 135000 亿元

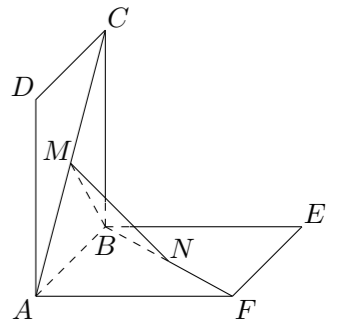
二、填空题

13. 函数 $y = a^x$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值与最小值之和为 3, 则 $a =$ _____.
14. 椭圆 $5x^2 + ky^2 = 5$ 的一个焦点是 $(0, 2)$, 那么 $k =$ _____.
15. $(x^2 + 1)(x - 2)^7$ 展开式中 x^3 的系数是_____.
16. 已知 $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$, 那么 $f(1) + f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f(3) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f(4) + f\left(\frac{1}{4}\right) =$ _____.

三、解答题

17. 已知 $\sin^2 2\alpha + \sin 2\alpha \cos \alpha - \cos 2\alpha = 1, \alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 求 $\sin \alpha, \tan \alpha$ 的值.

18. 如图, 正方形 $ABCD, ABEF$ 的边长都是 1, 而且平面 $ABCD, ABEF$ 互相垂直. 点 M 在 AC 上移动, 点 N 在 BF 上移动, 若 $CM = BN = a$ ($0 < a < \sqrt{2}$).
 (1) 求 MN 的长;
 (2) a 为何值时, MN 的长最小;
 (3) 当 MN 的长最小时, 求面 MNA 与面 MNB 所成二面角 α 的大小.



19. 设点 P 到点 $(-1, 0), (1, 0)$ 距离之差为 $2m$, 到 x, y 轴的距离之比为 2, 求 m 的取值范围.

20. 某城市 2001 年末汽车保有量为 30 万辆, 预计此后每年报废上一年末汽车保有量的 6%, 并且每年新增汽车数量相同. 为保护城市环境, 要求该城市汽车保有量不超过 60 万辆, 那么每年新增汽车数量不应超过多少辆?

21. 设 a 为实数, 函数 $f(x) = x^2 + |x - a| + 1, x \in \mathbf{R}$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的奇偶性;

(2) 求 $f(x)$ 的最小值.

22. 设数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_{n+1} = a_n^2 - na_n + 1, n = 1, 2, 3, \dots$.

(1) 当 $a_1 = 2$ 时, 求 a_2, a_3, a_4 并由此猜测 a_n 的一个通项公式;

(2) 当 $a_1 \geq 3$ 时, 证明对所有的 $n \geq 1$, 有

① $a_n \geq n + 2$;

② $\frac{1}{1+a_1} + \frac{1}{1+a_2} + \frac{1}{1+a_3} + \dots + \frac{1}{1+a_n} \leq \frac{1}{2}$.