2003年普通高等学校招生全国统一考试（河南卷）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. 若圆C与圆$(x+2)^2+(y-1)^2=1$关于原点对称，则圆C的方程为

A. $(x-2)^2+(y+1)^2=1$　　B. $(x-2)^2+(y-1)^2=1$

C. $(x-1)^2+(y+2)^2=1$　　D. $(x+1)^2+(y-2)^2=1$

2. 抛物线$y=ax^2$的准线方程是$y=2$，则a的值为

A. $\frac{1}{8}$　　B. $-\frac{1}{8}$　　C. 8　　D. －8

3. 已知$x\in(-\frac{\pi}{2}，0)$，$\cos x=\frac{4}{5}$，则$\tan 2x=$

A. $\frac{7}{24}$　　B. $-\frac{7}{24}$　　C. $\frac{24}{7}$　　D. $-\frac{24}{7}$

4. 已知四边形$ABCD$是菱形，点P在对角线AC上（不包括端点A、C），则$\overrightarrow{AP}=$

A. $\lambda(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})$，$\lambda\in(0，1)$　　B. $\lambda(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})$，$\lambda\in(0，\frac{\sqrt{2}}{2})$

C. $\lambda(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD})$，$\lambda\in(0，1)$　　D. $\lambda(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC})$，$\lambda\in(0，\frac{\sqrt{2}}{2})$

5. 设函数$f(x)=\begin{cases}2^{-x}-1(x\le 0)\\ x^{\frac{1}{2}}(x>0)\end{cases}$，若$f(x_0)>1$，则$x_0$的取值范围是

A. $(-1，1)$　　B. $(-1，+\infty)$

C. $(-\infty，-2)\cup(0，+\infty)$　　D. $(-\infty，-1)\cup(1，+\infty)$

6. 等差数列$\{a_n\}$中，已知$a_1=\frac{1}{3}$，$a_2+a_5=4$，$a_n=33$，则n为

A. 48　　B. 49　　C. 50　　D. 51

7. 函数$y=\ln\frac{x+1}{x-1}$，$x\in(1，+\infty)$的反函数为

A. $y=\frac{e^x-1}{e^x+1}$，$x\in(0，+\infty)$　　B. $y=\frac{e^x+1}{e^x-1}$，$x\in(0，+\infty)$

C. $y=\frac{e^x-1}{e^x+1}$，$x\in(-\infty，0)$　　D. $y=\frac{e^x+1}{e^x-1}$，$x\in(-\infty，0)$

8. 棱长为a的正方体中，连结相邻面的中心，以这些线段为棱的八面体的体积为

A. $\frac{a^3}{3}$　　B. $\frac{a^3}{4}$　　C. $\frac{a^3}{6}$　　D. $\frac{a^3}{12}$

9. 设$a>0$，$f(x)=ax^2+bx+c$，曲线$y=f(x)$在点$P(x_0，f(x_0))$处的切线的倾斜角的取值范围为$[0，\frac{\pi}{4}]$，则P到曲线$y=f(x)$对称轴距离的取值范围为

A. $[0, \dfrac{1}{a}]$　　B. $[0, \dfrac{1}{2a}]$　　C. $[0, |\dfrac{b}{2a}|]$　　D. $[0, |\dfrac{b-1}{2a}|]$

10. 已知双曲线中心在原点且一个焦点为$F(\sqrt{7}, 0)$，直线$y=x-1$与其相交于M、N两点，MN中点的横坐标为$-\dfrac{2}{3}$，则此双曲线的方程是

A. $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{4}=1$　　B. $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{3}=1$　　C. $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{2}=1$　　D. $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{5}=1$

11. 已知长方形的四个顶点$A(0, 0)$，$B(2, 0)$，$C(2, 1)$和$D(0, 1)$. 一质点从AB的中点P_0沿与AB夹角为θ的方向射到BC上的点P_1后，依次反射到CD、DA和AB上的点P_2，P_3和P_4（入射角等于反射角）. 设P_4的坐标为$(x_4, 0)$，若$1<x_4<2$，则$\tan\theta$的取值范围是

A. $(\dfrac{1}{3}, 1)$　　B. $(\dfrac{1}{3}, \dfrac{2}{3})$　　C. $(\dfrac{2}{5}, \dfrac{1}{2})$　　D. $(\dfrac{2}{5}, \dfrac{2}{3})$

12. 一个四面体的所有棱长都为$\sqrt{2}$，四个顶点在同一球面上，则此球的表面积为

A. 3π　　B. 4π　　C. $3\sqrt{3}\pi$　　D. 6π

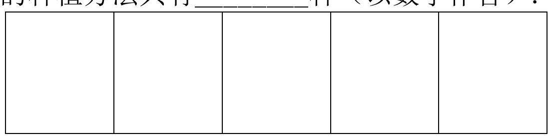
二、填空题（共 4 小题，每小题 4 分，满分 16 分）

13. $(x^2-\dfrac{1}{2x})^9$展开式中x^9的系数是________________.

14. 某公司生产三种型号的轿车，产量分别为 1200 辆，6000 辆和 2000 辆. 为检验该公司的产品质量，现用分层抽样的方法抽取 46 辆进行检验，这三种型号的轿车依次应抽取______、__________、__________辆.

15. 对于四面体$ABCD$，给出下列四个命题：①若$AB=AC$，$BD=CD$，则$BC\perp AD$；②若$AB=CD$，$AC=BD$，则$BC\perp AD$；③若$AB\perp AC$，$BD\perp CD$，则$BC\perp AD$；④若$AB\perp CD$，$BD\perp AC$，则$BC\perp AD$. 其中真命题的序号是________.（写出所有真命题的序号）

16. 将三种作物种植在如图的 5 块试验田里，每块种植一种作物且相邻的试验田不能种植同一作物，不同的种植方法共有________种（以数字作答）.

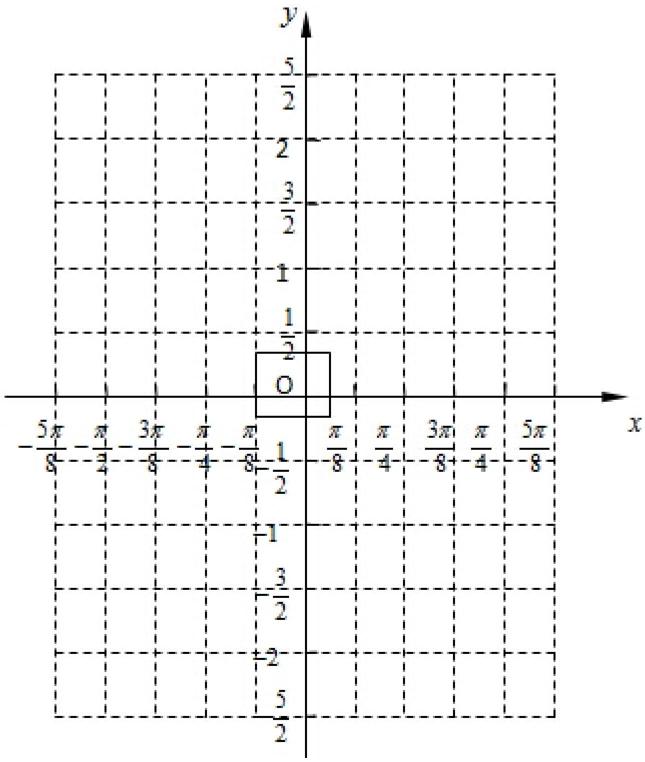


三、解答题（共 6 小题，满分 12+12+12+12+14+12=74 分）

17. 已知函数$f(x)=2\sin x(\sin x+\cos x)$.

⑴求函数$f(x)$的最小正周期和最大值；

⑵在给出的直角坐标系中，画出函数$y=f(x)$在区间$[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}]$上的图象.



18. 有三种产品，合格率分别是 0.90，0.95 和 0.95，各抽取一件进行检验.

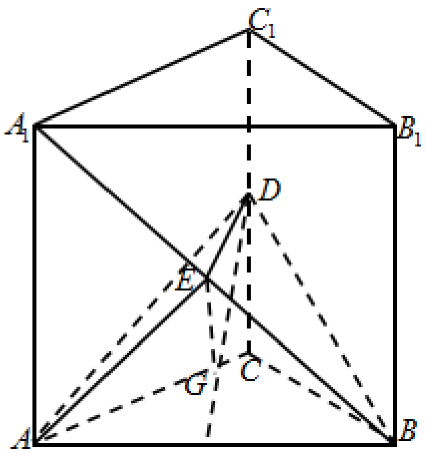
⑴求恰有一件不合格的概率；

⑵求至少有两件不合格的概率.（精确到 0.001）

19. 如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，底面是等腰直角三角形，$\angle ACB=90°$，侧棱 $AA_1=2$，D、E 分别是 CC_1 与 A_1B 的中点，点 E 在平面 ABD 上的射影是 ΔABD 的重心 G.

⑴求 A_1B 与平面 ABD 所成角的大小（结果用反三角函数值表示）；

⑵求点 A_1 到平面 AED 的距离.



20. 已知 $c>0$，设 P：函数 $y=c^x$ 在 R 上单调递减，Q：不等式 $x+|x-2c|>1$ 的解集为 R. 如果 P 和 Q 有且仅有一个正确，求 c 的取值范围.

21. 已知常数 $a>0$，向量 $\vec{c}=(0，a)$，$\vec{i}=(1，0)$，经过原点 O 以 $\vec{c}+\lambda\vec{i}$ 为方向向量的直线与经过定点 $A(0，a)$ 以 $\vec{i}-2\lambda\vec{c}$ 为方向向量的直线相交于点 P，其中 $\lambda\in R$. 试问：是否存在两个定点 E、F，使得 $|PE|+|PF|$ 为定值. 若存在，求出 E、F 的坐标；若不存在，说明理由.

22. 已知 $a>0$，n 为正整数.

⑴设 $y=(x-a)^n$，证明 $y'=n(x-a)^{n-1}$；

⑵设 $f_n(x)=x^n-(x-a)^n$，对任意 $n\geq a$，证明 $f'_{n+1}(n+1)>(n+1)f'_n(n)$.