

2004 普通高等学校招生考试 (全国卷 III 文)

一、选择题

1. 设集合 $M = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, $N = \{(x, y) \mid x^2 - y = 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, 则集合 $M \cap N$ 中元素的个数为 ()
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
2. 函数 $y = \left| \sin \frac{x}{2} \right|$ 的最小正周期是 ()
(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) 4π
3. 记函数 $y = 1 + 3^{-x}$ 的反函数为 $y = g(x)$, 则 $g(10) =$ ()
(A) 2 (B) -2 (C) 3 (D) -1
4. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = 9, a_5 = 243$, 则 $\{a_n\}$ 的前 4 项和为 ()
(A) 81 (B) 120 (C) 168 (D) 192
5. 圆 $x^2 + y^2 - 4x = 0$ 在点 $P(1, \sqrt{3})$ 处的切线方程为 ()
(A) $x + \sqrt{3}y - 2 = 0$ (B) $x + \sqrt{3}y - 4 = 0$
(C) $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$ (D) $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$
6. $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^6$ 展开式中的常数项为 ()
(A) 15 (B) -15 (C) 20 (D) -20
7. 设复数 z 的辐角的主值为 $\frac{2\pi}{3}$, 虚部为 $\sqrt{3}$, 则 $z^2 =$ ()
(A) $-2 - 2\sqrt{3}i$ (B) $-2\sqrt{3} - 2i$ (C) $2 + 2\sqrt{3}i$ (D) $2\sqrt{3} + 2i$
8. 设双曲线的焦点在 x 轴上, 两条渐近线为 $y = \pm \frac{1}{2}x$, 则该双曲线的离心率 $e =$ ()
(A) 5 (B) $\sqrt{5}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (D) $\frac{5}{4}$
9. 不等式 $1 < |x + 1| < 3$ 的解集为 ()
(A) (0, 2) (B) $(-2, 0) \cup (2, 4)$
(C) $(-4, 0)$ (D) $(-4, -2) \cup (0, 2)$
10. 正三棱锥的底面边长为 2, 侧面均为直角三角形, 则此三棱锥的体积为 ()
(A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (D) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
11. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3, BC = \sqrt{13}, AC = 4$, 则边 AC 上的高为 ()
(A) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (B) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $3\sqrt{3}$
12. 将 4 名教师分配到 3 所中学任教, 每所中学至少 1 名, 则不同的分配方案共有 ()
(A) 12 种 (B) 24 种 (C) 36 种 (D) 48 种

二、填空题

13. 函数 $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x - 1)}$ 的定义域是_____.
14. 用平面 α 截半径为 R 的球, 如果球心到平面 α 的距离为 $\frac{R}{2}$, 那么截得小圆的面积与球的表面积的比值为_____.
15. 函数 $y = \sin x - \frac{1}{2} \cos x (x \in \mathbf{R})$ 的最大值为_____.
16. 设 P 为圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上的动点, 则点 P 到直线 $3x - 4y - 10 = 0$ 的距离的最小值为_____.

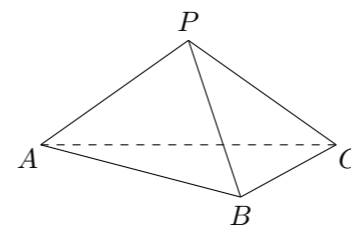
三、解答题

17. 解方程: $4^x - 2^{x+2} - 12 = 0$.

19. 设数列 $\{a_n\}$ 是公差不为零的等差数列, S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $S_1^2 = 9S_2, S_4 = 4S_2$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

20. 某村计划建造一个室内面积为 800 m^2 的矩形蔬菜温室. 在温室内, 沿左、右两侧与后侧内墙各保留 1 m 宽的通道, 沿前侧内墙保留 3 m 宽的空地. 当矩形温室的边长各为多少时? 蔬菜的种植面积最大, 最大种植面积是多少?

21. 三棱锥 $P-ABC$ 中, 侧面 PAC 与底面 ABC 垂直, $PA = PB = PC = 3$.
 (1) 求证: $AB \perp BC$;
 (2) 设 $AB = BC = 2\sqrt{3}$, 求 AC 与平面 PBC 所成角的大小.



22. 设椭圆 $\frac{x^2}{m+1} + y^2 = 1$ 的两个焦点是 $F_1(-c, 0)$ 与 $F_2(c, 0)$, ($c > 0$), 且椭圆上存在一点 P , 使得直线 PF_1 与 PF_2 垂直.
 (1) 求实数 m 的取值范围;
 (2) 设 L 是相应于焦点 F_2 的准线, 直线 PF_2 与 L 相交于点 Q , 若 $\left| \frac{QF_2}{PF_2} \right| = 2 - \sqrt{3}$, 求直线 PF_2 的方程.