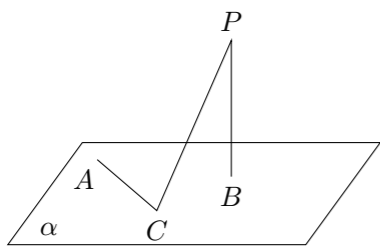


2004 普通高等学校招生考试 (天津卷文)

一、选择题

1. 设集合 $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $Q = \{x \in \mathbf{R} \mid 2 \leq x \leq 6\}$, 那么下列结论正确的是 ()
 (A) $P \cap Q = P$ (B) $P \cap Q \supseteq Q$ (C) $P \cup Q = Q$ (D) $P \cap Q \supsetneq P$
2. 不等式 $\frac{x-1}{x} \geq 2$ 的解集为 ()
 (A) $[-1, 0)$ (B) $[-1, +\infty)$
 (C) $(-\infty, -1]$ (D) $(-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$
3. 对任意实数 a, b, c 在下列命题中, 真命题是 ()
 (A) “ $ac > bc$ ”是“ $a > b$ ”的必要条件 (B) “ $ac = bc$ ”是“ $a = b$ ”的必要条件
 (C) “ $ac > bc$ ”是“ $a > b$ ”的充分条件 (D) “ $ac = bc$ ”是“ $a = b$ ”的充分条件
4. 若平面向量 \vec{b} 与向量 $\vec{a} = (1, -2)$ 的夹角是 180° , 且 $|\vec{b}| = 3\sqrt{5}$, 则 $\vec{b} =$ ()
 (A) $(-3, 6)$ (B) $(3, -6)$ (C) $(6, -3)$ (D) $(-6, 3)$
5. 设 P 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{9} = 1$ 上一点, 双曲线的一条渐近线方程为 $3x - 2y = 0$, F_1, F_2 分别是双曲线的左、右焦点, 若 $|PF_1| = 3$, 则 $|PF_2| =$ ()
 (A) 1 或 5 (B) 6 (C) 7 (D) 9
6. 若函数 $f(x) = \log_a x$ ($0 < a < 1$) 在区间 $[a, 2a]$ 上的最大值是最小值的 3 倍, 则 $a =$ ()
 (A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{2}$
7. 若过定点 $M(-1, 0)$ 且斜率为 k 的直线与圆 $x^2 + 4x + y^2 - 5 = 0$ 在第一象限内的部分有交点, 则 k 的取值范围是 ()
 (A) $0 < k < \sqrt{5}$ (B) $-\sqrt{5} < k < 0$
 (C) $0 < k < \sqrt{13}$ (D) $0 < k < 5$
8. 如图, 定点 A 和 B 都在平面 α 内, 定点 $P \notin \alpha$, $PB \perp \alpha$, C 是 α 内异于 A 和 B 的动点, 且 $PC \perp AC$. 那么, 动点 C 在平面 α 内的轨迹是 ()

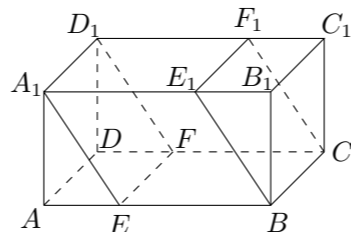


- (A) 一条线段, 但要去掉两个点 (B) 一个圆, 但要去掉两个点
 (C) 一个椭圆, 但要去掉两个点 (D) 半圆, 但要去掉两个点

9. 函数 $y = 3^{x^2-1}$ ($-1 \leq x < 0$) 的反函数是 ()
 (A) $y = \sqrt{1 + \log_3 x}$ ($x \geq \frac{1}{3}$) (B) $y = -\sqrt{1 + \log_3 x}$ ($x \geq \frac{1}{3}$)
 (C) $y = \sqrt{1 + \log_3 x}$ ($\frac{1}{3} < x \leq 1$) (D) $y = -\sqrt{1 + \log_3 x}$ ($\frac{1}{3} < x \leq 1$)

10. 函数 $y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right)$ ($x \in [0, \pi]$) 为增函数的区间是 ()
 (A) $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ (B) $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right]$ (C) $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right]$ (D) $\left[\frac{5\pi}{6}, \pi\right]$

11. 如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 6$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$. 分别过 BC, A_1D_1 的两个平行截面将长方体分成三部分, 其体积分别记为 $V_1 = V_{AEA_1-DFD_1}$, $V_2 = V_{EBE_1A_1-FCF_1D_1}$, $V_3 = V_{B_1E_1B-C_1F_1C}$. 若 $V_1 : V_2 : V_3 = 1 : 4 : 1$, 则截面 A_1EFD_1 的面积为 ()



- (A) $4\sqrt{10}$ (B) $8\sqrt{3}$ (C) $4\sqrt{13}$ (D) 16

12. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 既是偶函数又是周期函数, 若 $f(x)$ 的最小正周期是 π , 且当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 时, $f(x) = \sin x$, 则 $f\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ 的值为 ()
 (A) $-\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题

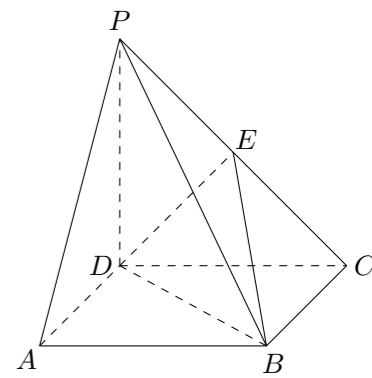
13. 某工厂生产 A, B, C 三种不同型号的产品, 产品数量之比依次为 $2 : 3 : 5$, 现用分层抽样方法抽出一个容量为 n 的样本, 样本中 A 种型号产品有 16 件. 那么此样本的容量 $n =$ _____.
14. 已知向量 $\vec{a} = (1, 1)$, $\vec{b} = (2, -3)$, 若 $k\vec{a} - 2\vec{b}$ 与 \vec{a} 垂直, 则实数 k 等于 _____.
15. 如果过两点 $A(a, 0)$ 和 $B(0, a)$ 的直线与抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 没有交点, 那么实数 a 的取值范围是 _____.
16. 从 0, 1, 2, 3, 4, 5 中任取 3 个数字, 组成没有重复数字的三位数, 其中能被 5 整除的三位数共有 _____ 个. (用数字作答)

三、解答题

17. 已知 $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{1}{2}$.
 (1) 求 $\tan \alpha$ 的值;
 (2) 求 $\frac{\sin 2\alpha - \cos^2 \alpha}{1 + \cos 2\alpha}$ 的值.

18. 从 4 名男生和 2 名女生中任选 3 人参加演讲比赛.
 (1) 求所选 3 人都是男生的概率;
 (2) 求所选 3 人中恰有 1 名女生的概率;
 (3) 求所选 3 人中至少有 1 名女生的概率.

19. 如图, 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, 侧棱 $PD \perp$ 底面 $ABCD$, $PD = DC$, E 是 PC 的中点.
 (1) 证明: $PA \parallel$ 平面 EDB ;
 (2) 求 EB 与底面 $ABCD$ 所成角的正切值.



20. 设 $\{a_n\}$ 是一个公差为 d ($d \neq 0$) 的等差数列, 它的前 10 项和 $S_{10} = 110$ 且 a_1, a_2, a_4 成等比数列.
- (1) 证明 $a_1 = d$;
 - (2) 求公差 d 的值和数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.
21. 已知函数 $f(x) = ax^3 + cx + d$ ($a \neq 0$) 是 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x = 1$ 时 $f(x)$ 取得极值 -2 .
- (1) 求 $f(x)$ 的单调区间和极大值;
 - (2) 证明对任意 $x_1, x_2 \in (-1, 1)$, 不等式 $|f(x_1) - f(x_2)| < 4$ 恒成立.
22. 椭圆的中心是原点 O , 它的短轴长为 $2\sqrt{2}$, 相应于焦点 $F(c, 0)$ ($c > 0$) 的准线 l 与 x 轴相交于点 A , $|OF| = 2|FA|$, 过点 A 的直线与椭圆相交于 P, Q 两点.
- (1) 求椭圆的方程及离心率;
 - (2) 若 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = 0$, 求直线 PQ 的方程.