2004 普通高等学校招生考试 (湖北卷文)

一、选择题

1. 设 $A=\{x \mid x=\sqrt{5k+1},\ k\in\mathbf{N}\}$, $B\{x\mid x\leqslant 6,\ x\in\mathbf{Q}\}$, 则 $A\cap B$ 等于 ( )

(A) $\{1,\ 4\}$ (B) $\{1,\ 6\}$ (C) $\{4,\ 6\}$ (D) $\{1,\ 4,\ 6\}$

2. 已知点 $M_1(6,2)$ 和 $M_2(1,7)$. 直线 $y=mx-7$ 与线段 M_1M_2 的交点 M 分有向线段 M_1M_2 的比为 $3:2$, 则 m 的值为 ( )

(A) $-\dfrac{3}{2}$ (B) $-\dfrac{2}{3}$ (C) $\dfrac{1}{4}$ (D) 4

3. 已知函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的导数为 3, 则 $f(x)$ 的解析式可能为 ( )

(A) $f(x)=(x-1)^2+3(x-1)$ (B) $f(x)=2(x-1)$

(C) $f(x)=2(x-1)^2$ (D) $f(x)=x-1$

4. 两个圆 C_1: $x^2+y^2+2x+2y-2=0$ 与 C_2: $x^2+y^2-4x-2y+1=0$ 的公切线有且仅有 ( )

(A) 1 条 (B) 2 条 (C) 3 条 (D) 4 条

5. 若函数 $f(x)=a^x+b-1$ $(a>0,\ a\neq 1)$ 的图象经过第二、三、四象限, 则一定有 ( )

(A) $0<a<1$, 且 $b>0$ (B) $a>1$, 且 $b>0$

(C) $0<a<1$, 且 $b<0$ (D) $a>1$, 且 $b<0$

6. 四面体 $ABCD$ 四个面的重心分别为 E、F、G、H, 则四面体 $EFGH$ 的表面积与四面体 $ABCD$ 的表面积的比值是 ( )

(A) $\dfrac{1}{27}$ (B) $\dfrac{1}{16}$ (C) $\dfrac{1}{9}$ (D) $\dfrac{1}{8}$

7. 已知 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ 为非零的平面向量. 甲: $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$, 乙: $\vec{b}=\vec{c}$, 则( )

(A) 甲是乙的充分条件但不是必要条件

(B) 甲是乙的必要条件但不是充分条件

(C) 甲是乙的充要条件

(D) 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

8. 已知 $x\geqslant\dfrac{5}{2}$, 则 $f(x)=\dfrac{x^2-4x+5}{2x-4}$ 有 ( )

(A) 最大值 $\dfrac{5}{4}$ (B) 最小值 $\dfrac{5}{4}$ (C) 最大值 1 (D) 最小值 1

9. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=a\left[2-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}\right]-b\left[2-(n+1)\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}\right]$ $(n=1,\ 2,\ \cdots)$, 其中 a、b 是非零常数. 则存在数列 $\{x_n\}$、$\{y_n\}$ 使得( )

(A) $a_n=x_n+y_n$, 其中 $\{x_n\}$ 为等差数列, $\{y_n\}$ 为等比数列

(B) $a_n=x_n+y_n$, 其中 $\{x_n\}$ 和 $\{y_n\}$ 都为等差数列

(C) $a_n=x_n\cdot y_n$, 其中 $\{x_n\}$ 为等差数是列, $\{y_n\}$ 为等比数列

(D) $a_n=x_n\cdot y_n$, 其中 $\{x_n\}$ 和 $\{y_n\}$ 都为等比数列

10. 若 $1<\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$, 则下列结论中不正确的是 ( )

(A) $\log_a b>\log_b a$

(B) $|\log_a b+\log_b a|>2$

(C) $(\log_b a)^2<1$

(D) $|\log_a b|+|\log_b a|>|\log_a b+\log_b a|$

11. 将标号为 $1,2,\cdots,10$ 的 10 个球放入标号为 $1,2,\cdots,10$ 的 10 个盒子里, 每个盒内放一个球, 恰好 3 个球的标号与其在盒子的标号不一致的放入方法种数为 ( )

(A) 120 (B) 240 (C) 360 (D) 720

12. 设 $y=f(t)$ 是某港口水的深度 y (米) 关于时间 t (时) 的函数, 其中 $0\leqslant t\leqslant 24$, 下表是该港口某一天从 0 时至 24 时记录的时间 t 与水深 y 的关系:

t	0	3	6	9	12	15	18	21	24
y	12	15.1	12.1	9.1	11.9	14.9	11.9	8.9	12.1

经长期观察, 函数 $y=f(t)$ 的图象可以近似地看成函数 $y=k+A\sin(\omega t+\varphi)$ 的图象. 下面的函数中, 最能近似表示表中数据间对应关系的函数是 ( )

(A) $y=12+3\sin\dfrac{\pi}{6}t$, $t\in[0,24]$

(B) $y=12+3\sin\left(\dfrac{\pi}{6}t+\pi\right)$, $t\in[0,24]$

(C) $y=12+3\sin\dfrac{\pi}{12}t$, $t\in[0,24]$

(D) $y=12+3\sin\left(\dfrac{\pi}{12}t+\dfrac{\pi}{2}\right)$, $t\in[0,24]$

二、填空题

13. $\tan 2010^\circ$ 的值为______.

14. 已知 $\left(x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}\right)^n$ 的展开式中各项系数的和是 128, 则展开式中 x^5 的系数是______. (以数字作答)

15. 某校有老师 200 人, 男学生 1200 人, 女学生 1000 人. 现用分层抽样的方法从所有师生中抽取一个容量为 n 的样本; 已知从女学生中抽取的人数为 80 人, 则 $n=$______.

16. 设 A、B 为两个集合. 下列四个命题:

① $A\not\subseteq B\Leftrightarrow$ 对任意 $x\in A$, 有 $x\notin B$;

② $A\not\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=\varnothing$;

③ $A\not\subseteq B\Leftrightarrow A\not\supseteq B$;

④ $A\not\subseteq B\Leftrightarrow$ 存在 $x\in A$, 使得 $x\notin B$.

其中真命题的序号是______. (把符合要求的命题序号都填上)

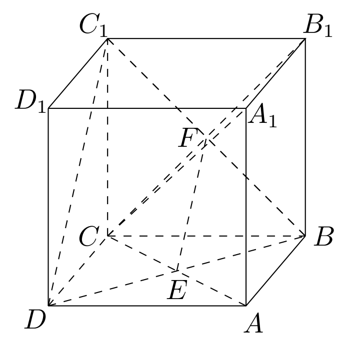
三、解答题

17. 已知 $6\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha-2\cos^2\alpha=0$, $\alpha\in\left[\dfrac{\pi}{2},\pi\right]$, 求 $\sin\left(2\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的值.

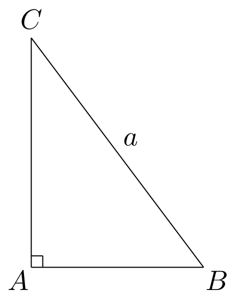
18. 如图, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, AC 与 BD 交于点 E, C_1B 与 CB_1 交于点 F.

(1) 求证: $A_1C\perp$ 平面 BDC_1;

(2) 求二面角 $B-EF-C$ 的大小. (结果用反三角函数值表示)



19. 如图, 在 Rt$\triangle ABC$ 中, 已知 $BC=a$, 若长为 $2a$ 的线段 PQ 以点 A 为中点, 问 $\overrightarrow{PQ}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 的夹角 θ 取何值时 $\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{CQ}$ 的值最大? 并求出这个最大值.



20. 直线 l: $y=kx+1$ 与双曲线 C: $2x^2-y^2=1$ 的右支交于不同的两点 A、B.
(1) 求实数 k 的取值范围;
(2) 是否存在实数 k, 使得以线段 AB 为直径的圆经过双曲线 C 的右焦点 F? 若存在, 求出 k 的值. 若不存在, 说明理由.

21. 为防止某突发事件发生, 有甲、乙、丙、丁四种相互独立的预防措施可供采用, 单独采用甲、乙、丙、丁预防措施后此突发事件不发生的概率 (记为 P) 和所需费用如下表:

预防措施	甲	乙	丙	丁
P	0.9	0.8	0.7	0.6
费用 (万元)	90	60	30	10

预防方案可单独采用一种预防措施或联合采用几种预防措施, 在总费用不超过 120 万元的前提下, 请确定一个预防方案, 使得此突发事件不发生的概率最大.

22. 已知 $b>-1$, $c>0$, 函数 $f(x)=x+b$ 的图象与函数 $g(x)=x^2+bx+c$ 的图象相切.
(1) 求 b 与 c 的关系式 (用 c 表示 b);
(2) 设函数 $F(x)=f(x)g(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有极值点, 求 c 的取值范围.