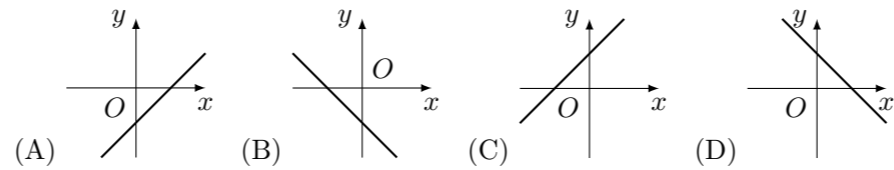


2004 普通高等学校招生考试 (湖南卷文)



一、选择题

- 函数 $y = \lg\left(1 - \frac{1}{x}\right)$ 的定义域为 ()
 (A) $\{x \mid x < 0\}$ (B) $\{x \mid x > 1\}$
 (C) $\{x \mid 0 < x < 1\}$ (D) $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 1\}$
- 设直线 $ax + by + c = 0$ 的倾斜角为 α , 且 $\sin \alpha + \cos \alpha = 0$, 则 a, b 满足 ()
 (A) $a + b = 1$ (B) $a - b = 1$ (C) $a + b = 0$ (D) $a - b = 0$
- 设 $f^{-1}(x)$ 是函数 $f(x) = \sqrt{x}$ 的反函数, 则下列不等式中恒成立的是 ()
 (A) $f^{-1}(x) \leq 2x - 1$ (B) $f^{-1}(x) \leq 2x + 1$
 (C) $f^{-1}(x) \geq 2x - 1$ (D) $f^{-1}(x) \geq 2x + 1$
- 如果双曲线 $\frac{x^2}{13} - \frac{y^2}{12} = 1$ 上一点 P 到右焦点的距离等于 $\sqrt{13}$, 那么点 P 到右准线的距离是 ()
 (A) $\frac{13}{5}$ (B) 13 (C) 5 (D) $\frac{5}{13}$
- 把正方形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折起, 当以 A, B, C, D 四点为顶点的三棱锥体积最大时, 直线 BD 和平面 ABC 所成的角的大小为 ()
 (A) 90 (B) 60 (C) 45 (D) 30
- 某公司在甲、乙、丙、丁四个地区分别有 150 个、120 个、180 个、150 个销售点. 公司为了调查产品销售的情况, 需从这 600 个销售点中抽取一个容量为 100 的样本, 记这项调查为①; 在丙地区中有 20 个特大型销售点, 要从中抽取 7 个调查其销售收入和售后服务情况, 记这项调查为②. 则完成①、②这两项调查宜采用的抽样方法依次是 ()
 (A) 分层抽样, 系统抽样法 (B) 分层抽样法, 简单随机抽样法
 (C) 系统抽样法, 分层抽样法 (D) 简单随机抽样法, 分层抽样法
- 若 $f(x) = -x^2 + 2ax$ 与 $g(x) = \frac{a}{x+1}$ 在区间 $[1, 2]$ 上都是减函数, 则 a 的取值范围是 ()
 (A) $(-1, 0) \cup (0, 1)$ (B) $(-1, 0) \cup (0, 1]$
 (C) $(0, 1)$ (D) $(0, 1]$
- 已知向量 $\vec{a} = (\cos \theta, \sin \theta)$, 向量 $\vec{b} = (\sqrt{3}, -1)$, 则 $|2\vec{a} - \vec{b}|$ 的最大值, 最小值分别是 ()
 (A) $4\sqrt{2}, 0$ (B) $4, 4\sqrt{2}$ (C) $16, 0$ (D) $4, 0$
- 若函数 $f(x) = x^2 + bx + c$ 的图象的顶点在第四象限, 则函数 $f'(x)$ 的图象是 ()

- 从正方体的八个顶点中任取三个点为顶点作三角形, 其中直角三角形的个数为 ()
 (A) 56 (B) 52 (C) 48 (D) 40
- 农民收入由工资性收入和其它收入两部分构成. 2003 年某地区农民人均收入为 3150 元 (其中工资性收入为 1800 元, 其它收入为 1350 元), 预计该地区自 2004 年起的 5 年内, 农民的工资性收入将以每年 6% 的年增长率增长, 其它收入每年增加 160 元. 根据以上数据, 2008 年该地区农民人均收入介于 ()
 (A) 4200 元 ~ 4400 元 (B) 4400 元 ~ 4600 元
 (C) 4600 元 ~ 4800 元 (D) 4800 元 ~ 5000 元
- 设集合 $U = \{(x, y) \mid x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, $A = \{(x, y) \mid 2x - y + m > 0\}$, $B = \{(x, y) \mid x + y - n \leq 0\}$, 那么点 $P(2, 3) \in A \cap (\complement_U B)$ 的充要条件是 ()
 (A) $m > -1, n < 5$ (B) $m < -1, n < 5$
 (C) $m > -1, n > 5$ (D) $m < -1, n > 5$

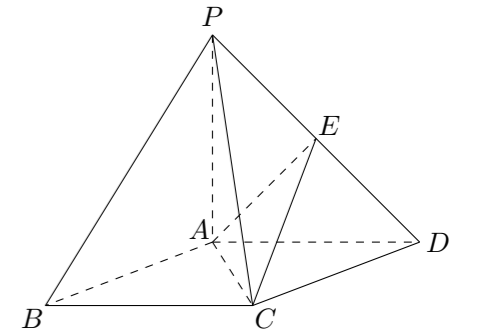
二、填空题

- 过点 $P(-1, 2)$ 且与曲线 $y = 3x^2 - 4x + 2$ 在点 $M(1, 1)$ 处的切线平行的直线方程是_____.
- $(x^2 + \frac{1}{x})^9$ 的展开式中的常数项为_____. (用数字作答)
- F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的焦点, 在 C 上满足 $PF_1 \perp PF_2$ 的点 P 的个数为_____.
- 若直线 $y = 2a$ 与函数 $y = |a^x - 1|$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的图象有两个公共点, 则 a 的取值范围是_____.

三、解答题

- $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = 2$, 求 $\frac{1}{2\sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha}$ 的值.

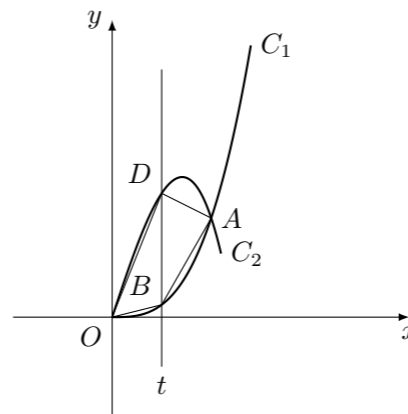
- 如图, 在底面是菱形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, $PA = AC = a$, $PB = PD = \sqrt{2}a$, 点 E 是 PD 的中点.
 (1) 证明: $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $PB \parallel$ 平面 EAC ;
 (2) 求以 AC 为棱, EAC 与 DAC 为面的二面角 θ 的正切值.



- 甲、乙、丙三台机床各自独立地加工同一种零件, 已知甲机床加工的零件是一等品而乙机床加工的零件不是一等品的概率为 $\frac{1}{4}$, 乙机床加工的零件是一等品而丙机床加工的零件不是一等品的概率为 $\frac{1}{12}$, 甲、丙两台机床加工的零件都是一等品的概率为 $\frac{2}{9}$.
 (1) 分别求甲、乙、丙三台机床各自加工零件是一等品的概率;
 (2) 从甲、乙、丙加工的零件中各取一个检验, 求至少有一个一等品的概率.

20. 已知数列 $\{a_n\}$ 是首项为 a 且公比 q 不等于 1 的等比数列, S_n 是其前 n 项的和, $a_1, 2a_7, 3a_4$ 成等差数列.
- (1) 证明: $12S_3, S_6, S_{12} - S_6$ 成等比数列;
- (2) 求和 $T_n = a_1 + 2a_4 + 3a_7 + \cdots + na_{3n-2}$.

21. 如图, 已知曲线 $C_1: y = x^3 (x \geq 0)$ 与曲线 $C_2: y = -2x^3 + 3x (x \geq 0)$ 交于 O, A , 直线 $x = t (0 < t < 1)$ 与曲线 C_1, C_2 分别交于 B, D .
- (1) 写出四边形 $ABOD$ 的面积 S 与 t 的函数关系式 $S = f(t)$;
- (2) 讨论 $f(t)$ 的单调性, 并求 $f(t)$ 的最大值.



22. 如图, 过抛物线 $x^2 = 4y$ 的对称轴上任一点 $P(0, m) (m > 0)$ 作直线与抛物线交于 A, B 两点, 点 Q 是点 P 关于原点的对称点.
- (1) 设点 P 分有向线段 \overrightarrow{AB} 所成的比为 λ , 证明: $\overrightarrow{QP} \perp (\overrightarrow{QA} - \lambda\overrightarrow{QB})$;
- (2) 设直线 AB 的方程是 $x - 2y + 12 = 0$, 过 A, B 两点的圆 C 与抛物线在点 A 处有共同的切线, 求圆 C 的方程.

