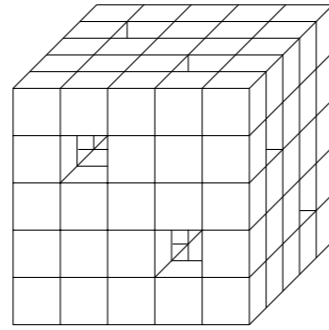


## 2004 普通高等学校招生考试 (重庆卷文)

### 一、选择题

1. 函数  $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(3x-2)}$  的定义域是 ( )  
 (A)  $[1, +\infty)$  (B)  $(\frac{2}{3}, +\infty)$  (C)  $[\frac{2}{3}, 1]$  (D)  $(\frac{2}{3}, 1]$
2. 函数  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ , 则  $\frac{f(2)}{f(\frac{1}{2})} =$  ( )  
 (A) 1 (B) -1 (C)  $\frac{3}{5}$  (D)  $-\frac{3}{5}$
3. 圆  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$  的圆心到直线  $x - y = 1$  的距离为 ( )  
 (A) 2 (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (C) 1 (D)  $\sqrt{2}$
4. 不等式  $x + \frac{2}{x+1} > 2$  的解集是 ( )  
 (A)  $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$  (B)  $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$   
 (C)  $(-1, 0) \cup (0, 1)$  (D)  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
5.  $\sin 163^\circ \sin 223^\circ + \sin 253^\circ \sin 313^\circ =$  ( )  
 (A)  $-\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
6. 若向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $60^\circ$ ,  $|\vec{b}| = 4$ ,  $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 3\vec{b}) = -72$ , 则向量  $\vec{a}$  的模为 ( )  
 (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 12
7. 已知  $p$  是  $r$  的充分不必要条件,  $s$  是  $r$  的必要条件,  $q$  是  $s$  的必要条件. 那么  $p$  是  $q$  成立的 ( )  
 (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件  
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
8. 不同直线  $m, n$  和不同平面  $\alpha, \beta$ , 给出下列命题:  
 ①  $\begin{cases} \alpha \parallel \beta, \\ m \subset \alpha, \end{cases} \Rightarrow m \parallel \beta$ ; ②  $\begin{cases} m \parallel n, \\ m \parallel \beta, \end{cases} \Rightarrow n \parallel \beta$ ;  
 ③  $\begin{cases} m \subset \alpha, \\ n \subset \beta, \end{cases} \Rightarrow m, n$  异面; ④  $\begin{cases} \alpha \perp \beta, \\ m \parallel \alpha, \end{cases} \Rightarrow m \perp \beta$ .  
 其中假命题有 ( )  
 (A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 3 个
9. 若数列  $\{a_n\}$  是等差数列, 首项  $a_1 > 0$ ,  $a_{2003} + a_{2004} > 0$ ,  $a_{2003} \cdot a_{2004} < 0$ , 则使前  $n$  项和  $S_n > 0$  成立的最大自然数  $n$  是 ( )  
 (A) 4005 (B) 4006 (C) 4007 (D) 4008

10. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 点  $P$  在双曲线的右支上, 且  $|PF_1| = 4|PF_2|$ , 则此双曲线的离心率  $e$  的最大值为 ( )  
 (A)  $\frac{4}{3}$  (B)  $\frac{5}{3}$  (C) 2 (D)  $\frac{7}{3}$
11. 已知盒中装有 3 只螺口与 7 只卡口灯泡, 这些灯泡的外形与功率都相同且灯口向下放着, 现需要一只卡口灯泡使用, 电工师傅每次从中任取一只并不放回, 则他直到第 3 次才取得卡口灯泡的概率为 ( )  
 (A)  $\frac{21}{40}$  (B)  $\frac{17}{40}$  (C)  $\frac{3}{10}$  (D)  $\frac{7}{120}$
12. 如图, 棱长为 5 的正方体无论从哪一个面看, 都有两个直通的边长为 1 的正方形孔, 则这个有孔正方体的表面积 (含孔内各面) 是 ( )



- (A) 258 (B) 234 (C) 222 (D) 210

### 二、填空题

13. 若在  $(1+ax)^5$  的展开式中  $x^3$  的系数为  $-80$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.
14. 已知  $\frac{5}{x} + \frac{3}{y} = 2$  ( $x > 0, y > 0$ ), 则  $xy$  的最小值是\_\_\_\_\_.
15. 已知曲线  $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}$ , 则过点  $P(2, 4)$  的切线方程是\_\_\_\_\_.
16. 毛泽东在《送瘟神》中写到:“坐地日行八万里”. 又知地球的体积大约是火星的 8 倍, 则火星的大圆周长约\_\_\_\_\_万里.

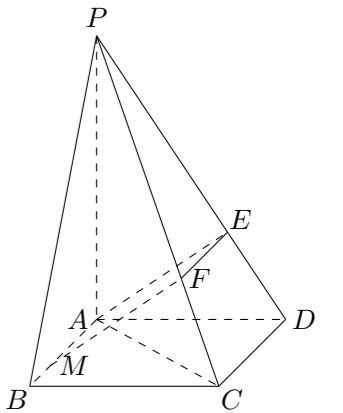
### 三、解答题

17. 求函数  $y = \sin^4 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x - \cos^4 x$  的取小正周期和取小值; 并写出该函数在  $[0, \pi]$  上的单调递增区间.

18. 设甲、乙、丙三人每次射击命中目标的概率分别为 0.7、0.6 和 0.5.  
 (1) 三人各向目标射击一次, 求至少有一人命中目标的概率及恰有两人命中目标的概率;  
 (2) 若甲单独向目标射击三次, 求他恰好命中两次的概率.

19. 如图, 四棱锥  $P-ABCD$  的底面是正方形,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ ,  $AE \perp PD$ ,  $EF \parallel CD$ ,  $AM = EF$ .

- (1) 证明:  $MF$  是异面直线  $AB$  与  $PC$  的公垂线;
- (2) 若  $PA = 3AB$ , 求直线  $AC$  与平面  $EAM$  所成角的正弦值.



20. 某工厂生产某种产品, 已知该产品的月生产量  $x$  (吨) 与每吨产品的价格  $p$  (元/吨) 之间的关系式为:  $p = 24200 - \frac{1}{5}x^2$ , 且生产  $x$  吨的成本为  $R = 50000 + 200x$  (元). 问该产每月生产多少吨产品才能使利润达到最大? 最大利润是多少? (利润 = 收入 - 成本)
21. 设  $p > 0$  是一常数, 过点  $Q(2p, 0)$  的直线与抛物线  $y^2 = 2px$  交于相异两点  $A, B$ , 以线段  $AB$  为直径作圆  $H$  ( $H$  为圆心). 试证抛物线顶点在圆  $H$  的圆周上; 并求圆  $H$  的面积最小时直线  $AB$  的方程.
22. 设数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_1 = 2, a_2 = \frac{5}{3}, a_{n+2} = \frac{5}{3}a_{n+1} + \frac{1}{3}a_n (n = 1, 2, \dots)$ .  
(1) 令  $b_n = a_{n+1} - a_n (n = 1, 2, \dots)$ , 求数列  $\{b_n\}$  的通项公式;  
(2) 求数列  $\{na_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .