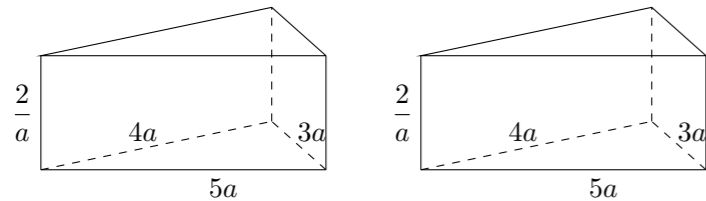


## 2005 普通高等学校招生考试 (上海卷文)

### 一、填空题

- 函数  $f(x) = \log_4(x+1)$  的反函数  $f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 方程  $4^x + 2^x - 2 = 0$  的解是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 若  $x, y$  满足条件  $\begin{cases} x+y \leq 3, \\ y \leq 2x, \end{cases}$  则  $z = 3x + 4y$  的最大值是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 直角坐标平面  $xOy$  中, 若定点  $A(1, 2)$  与动点  $P(x, y)$  满足  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA} = 4$ , 则点  $P$  的轨迹方程是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 函数  $y = \cos 2x + \sin x \cos x$  的最小正周期  $T = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 若  $\cos \alpha = \frac{1}{7}, \alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 则  $\cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 若椭圆长轴长与短轴长之比为 2, 它的一个焦点是  $(2\sqrt{15}, 0)$ , 则椭圆的标准方程是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 某班有 50 名学生, 其中 15 人选修 A 课程, 另外 35 人选修 B 课程. 从班级中任选两名学生, 他们是选修不同课程的学生的概率是  $\underline{\hspace{2cm}}$ . (结果用分数表示)
- 直线  $y = \frac{1}{2}x$  关于直线  $x = 1$  对称的直线方程是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 在  $\triangle ABC$  中, 若  $A = 120^\circ, AB = 5, BC = 7$ , 则  $AC = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 函数  $f(x) = \sin x + 2|\sin x|, x \in [0, 2\pi]$  的图象与直线  $y = k$  有且仅有两个不同的交点, 则  $k$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 有两个相同的直三棱柱, 高为  $\frac{2}{a}$ , 底面三角形的三边长分别为  $3a, 4a, 5a$  ( $a > 0$ ). 用它们拼成一个三棱柱或四棱柱, 在所有可能的情形中, 全面积最小的是一个四棱柱, 则  $a$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



### 二、选择题

- 若函数  $f(x) = \frac{1}{2^x + 1}$ , 则该函数在  $(-\infty, +\infty)$  上是 ( )  
 (A) 单调递减无最小值 (B) 单调递减有最小值  
 (C) 单调递增无最大值 (D) 单调递增有最大值
- 已知集合  $M = \{x \mid |x-1| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}, P = \left\{x \mid \frac{5}{x+1} \geq 1, x \in \mathbf{Z}\right\}$ , 则  $M \cap P$  等于 ( )  
 (A)  $\{x \mid 0 < x \leq 3, x \in \mathbf{Z}\}$  (B)  $\{x \mid 0 \leq x \leq 3, x \in \mathbf{Z}\}$   
 (C)  $\{x \mid -1 \leq x \leq 0, x \in \mathbf{Z}\}$  (D)  $\{x \mid -1 \leq x < 0, x \in \mathbf{Z}\}$

- 条件甲: “ $a > 1$ ”是条件乙: “ $a > \sqrt{a}$ ”的 ( )  
 (A) 既不充分也不必要条件 (B) 充要条件  
 (C) 充分不必要条件 (D) 必要不充分条件

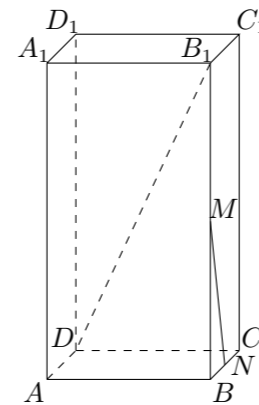
- 用  $n$  个不同的实数  $a_1, a_2, \dots, a_n$  可得到  $n!$  个不同的排列, 每个排列为一行写成一个  $n!$  行的数阵. 对第  $i$  行  $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$ , 记  $b_i = -a_{i1} + 2a_{i2} - 3a_{i3} + \dots + (-1)^n n a_{in}, i = 1, 2, 3, \dots, n!$ . 例如: 用 1, 2, 3 可得数阵如图, 由于此数阵中每一列各数之和都是 12, 所以,  $b_1 + b_2 + \dots + b_6 = -12 + 2 \times 12 - 3 \times 12 = -24$ , 那么, 在用 1, 2, 3, 4, 5 形成的数阵中,  $b_1 + b_2 + \dots + b_{120} =$  ( )

1	2	3
1	3	2
2	1	3
2	3	1
3	1	2
3	2	1

- (A) -3600 (B) 1800 (C) -1080 (D) -720

### 三、解答题

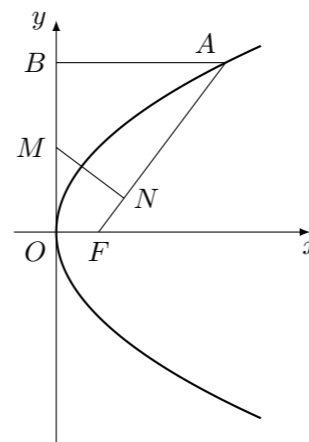
- 已知长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $M, N$  分别是  $BB_1$  和  $BC$  的中点,  $AB = 4, AD = 2, B_1D$  与平面  $ABCD$  所成角的大小为  $60^\circ$ , 求异面直线  $B_1D$  与  $MN$  所成角的大小. (结果用反三角函数值表示)



- 已知函数  $f(x) = kx + b$  的图象与  $x, y$  轴分别相交于点  $A, B, \overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$  ( $\vec{i}, \vec{j}$  分别是与  $x, y$  轴正半轴同方向的单位向量), 函数  $g(x) = x^2 - x - 6$ .  
 (1) 求  $k, b$  的值;  
 (2) 当  $x$  满足  $f(x) > g(x)$  时, 求函数  $\frac{g(x)+1}{f(x)}$  的最小值.

20. 假设某市 2004 年新建住房面积 400 万平方米, 其中有 250 万平方米是中低价房. 预计在今后的若干年内, 该市每年新建住房面积平均比上一年增长 8%. 另外, 每年新建住房中, 中低价房的面积均比上一年增加 50 万平方米. 那么, 到哪一年底,
- (1) 该市历年所建中低价层的累计面积 (以 2004 年为累计的第一年) 将首次不少于 4750 万平方米?
  - (2) 当年建造的中低价房的面积占该年建造住房面积的比例首次大于 85%?

21. 已知抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 的焦点为  $F$ ,  $A$  是抛物线上横坐标为 4, 且位于  $x$  轴上方的点,  $A$  到抛物线准线的距离等于 5. 过  $A$  作  $AB$  垂直于  $y$  轴, 垂足为  $B$ ,  $OB$  的中点为  $M$ .
- (1) 求抛物线方程;
  - (2) 过  $M$  作  $MN \perp FA$ , 垂足为  $N$ , 求点  $N$  的坐标;
  - (3) 以  $M$  为圆心,  $MB$  为半径作圆  $M$ , 当  $K(m, 0)$  是  $x$  轴上一动点时, 讨论直线  $AK$  与圆  $M$  的位置关系.



22. 对定义域是  $D_f$ 、 $D_g$  的函数  $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$ , 规定: 函数  $h(x) =$
- $$\begin{cases} f(x)g(x), & \text{当 } x \in D_f \text{ 且 } x \in D_g, \\ f(x), & \text{当 } x \in D_f \text{ 且 } x \notin D_g, \\ g(x), & \text{当 } x \notin D_f \text{ 且 } x \in D_g. \end{cases}$$
- (1) 若函数  $f(x) = -2x + 3, x \geq 1, g(x) = x - 2, x \in \mathbf{R}$ , 写出函数  $h(x)$  的解析式;
  - (2) 求问题 (1) 中函数  $h(x)$  的最大值;
  - (3) 若  $g(x) = f(x + \alpha)$ , 其中  $\alpha$  是常数, 且  $\alpha \in [0, \pi]$ , 请设计一个定义域为  $\mathbf{R}$  的函数  $y = f(x)$ , 及一个  $\alpha$  的值, 使得  $h(x) = \cos 4x$ , 并予以证明.