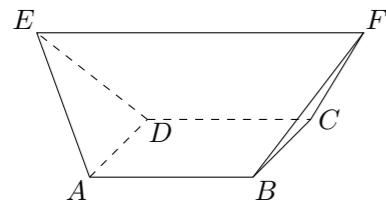


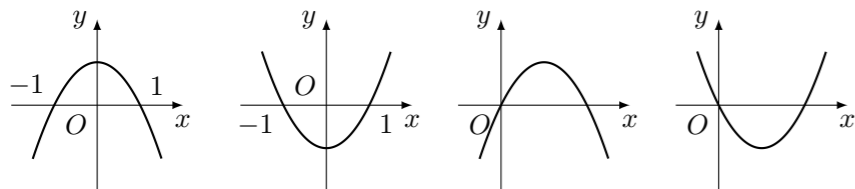
2005 普通高等学校招生考试 (全国卷 I 理)

一、选择题

1. 复数 $\frac{\sqrt{2}-i^3}{1-\sqrt{2}i} =$ ()
 (A) i (B) $-i$ (C) $2\sqrt{2}-i$ (D) $-2\sqrt{2}+i$
2. 设 I 为全集, S_1, S_2, S_3 是 I 的三个非空子集且 $S_1 \cup S_2 \cup S_3 = I$, 则下面论断正确的是 ()
 (A) $\complement_I S_1 \cap (S_2 \cup S_3) = \emptyset$ (B) $S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cap \complement_I S_3)$
 (C) $\complement_I S_1 \cap \complement_I S_2 \cap \complement_I S_3 = \emptyset$ (D) $S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cup \complement_I S_3)$
3. 一个与球心距离为 1 的平面截球所得的圆面面积为 π , 则球的表面积为 ()
 (A) $8\sqrt{2}\pi$ (B) 8π (C) $4\sqrt{2}\pi$ (D) 4π
4. 已知直线 l 过点 $(-2, 0)$, 当直线 l 与圆 $y = 1 - \sqrt{1-x^2}$ ($-1 \leq x \leq 1$) 有两个交点时, 其斜率 k 的取值范围是 ()
 (A) $(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ (B) $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ (C) $(\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4})$ (D) $(-\frac{1}{8}, \frac{1}{8})$
5. 如图, 在多面体 $ABCDEF$ 中, 已知 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, 且 $\triangle ADE, \triangle BCF$ 均为正三角形, $EF \parallel AB, EF = 2$, 则该多面体的体积为 ()



- (A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{3}{2}$
6. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1$ ($a > 0$) 的一条准线与抛物线 $y^2 = -6x$ 的准线重合, 则该双曲线的离心率为 ()
 (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
7. 当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时, 函数 $f(x) = \frac{1 + \cos 2x + 8\sin^2 x}{\sin 2x}$ 的最小值为 ()
 (A) 2 (B) $2\sqrt{3}$ (C) 4 (D) $4\sqrt{3}$
8. 设 $b > 0$, 二次函数 $y = ax^2 + bx + a^2 - 1$ 的图象为下列之一:



则 a 的值为 ()

- (A) 1 (B) -1 (C) $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ (D) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$
9. 设 $0 < a < 1$, 函数 $f(x) = \log_a(a^{2x} - 2a^x - 2)$, 则使 $f(x) < 0$ 的 x 取值范围是 ()
 (A) $f(x)$ (B) $(0, +\infty)$ (C) $(-\infty, \log_a 3)$ (D) $(\log_a 3, +\infty)$

10. 在坐标平面上, 不等式组 $\begin{cases} y \geq x - 1, \\ y \leq -3|x| + 1 \end{cases}$ 所表示的平面区域的面积为 ()
 (A) $\sqrt{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (D) 2
11. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\tan \frac{A+B}{2} = \sin C$, 给出以下四个论断: ① $\tan A \cdot \cot B = 1$; ② $0 < \sin A + \sin B \leq \sqrt{2}$; ③ $\sin^2 A + \cos^2 B = 1$; ④ $\cos^2 A + \cos^2 B = \sin^2 C$. 其中正确的是 ()
 (A) ①③ (B) ②④ (C) ①④ (D) ②③
12. 过三棱柱任意两个顶点的直线共 15 条, 其中异面直线有 ()
 (A) 18 对 (B) 24 对 (C) 30 对 (D) 36 对

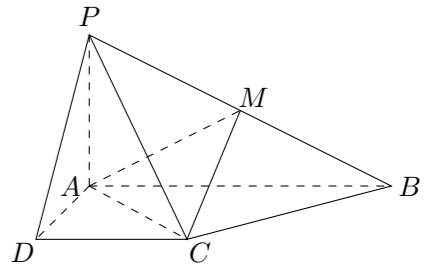
二、填空题

13. 若正整数 m 满足 $10^{m-1} < 2^{512} < 10^m$, 则 $m =$ _____. ($\lg 2 \approx 0.3010$)
14. $(2x - \frac{1}{\sqrt{x}})^9$ 的展开式中, 常数项为 _____. (用数字作答)
15. $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心为 O , 两条边上的高的交点为 H , $\vec{OH} = m(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC})$, 则实数 $m =$ _____.
16. 在正方体 $ABCD - A'B'C'D'$ 中, 过对角线 BD' 的一个平面交 AA' 于 E , 交 CC' 于 F , 则:
 ① 四边形 $BFD'E$ 一定是平行四边形;
 ② 四边形 $BFD'E$ 有可能是正方形;
 ③ 四边形 $BFD'E$ 在底面 $ABCD$ 内的投影一定是正方形;
 ④ 平面 $BFD'E$ 有可能垂直于平面 $BB'D$.
 以上结论正确的为 _____. (写出所有正确结论的编号)

三、解答题

17. 设函数 $f(x) = \sin(2\pi + \varphi)$ ($-\pi < \varphi < 0$), $y = f(x)$ 图象的一条对称轴是直线 $x = \frac{\pi}{8}$.
 (1) 求 φ ;
 (2) 求函数 $y = f(x)$ 的单调增区间;
 (3) 证明直线 $5x - 2y + c = 0$ 与函数 $y = f(x)$ 的图象不相切.

18. 已知四棱锥 $P - ABCD$ 的底面为直角梯形, $AB \parallel DC, \angle DAB = 90^\circ$, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, 且 $PA = AD = DE = \frac{1}{2}AB = 1$, M 是 PB 的中点.
 (1) 证明: 面 $PAD \perp$ 面 PCD ;
 (2) 求 AC 与 PB 所成的角;
 (3) 求面 AMC 与面 BMC 所成二面角的大小.



20. 9 粒种子分种在 3 个坑内, 每坑 3 粒, 每粒种子发芽的概率为 0.5, 若一个坑内至少有 1 粒种子发芽, 则这个坑不需要补种, 若一个坑里的种子都没发芽, 则这个坑需要补种, 假定每个坑至多补种一次, 每补种 1 个坑需 10 元, 用 ξ 表示补种费用, 写出 ξ 的分布列并求 ξ 的数学期望. (精确到 0.01)
21. 已知椭圆的中心为坐标原点 O , 焦点在 x 轴上, 斜率为 1 且过椭圆右焦点 F 的直线交椭圆于 A 、 B 两点, $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ 与 $\vec{a} = (3, -1)$ 共线.
- (1) 求椭圆的离心率;
- (2) 设 M 为椭圆上任意一点, 且 $\overrightarrow{OM} = \lambda\overrightarrow{OA} + \mu\overrightarrow{OB}$ ($\lambda, \mu \in \mathbf{R}$), 证明 $\lambda^2 + \mu^2$ 为定值.
22. (1) 设函数 $f(x) = x\log_2 x + (1-x)\log_2(1-x)$ ($0 < x < 1$), 求 $f(x)$ 的最小值;
- (2) 设正数 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_{2^n}$ 满足 $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_{2^n} = 1$, 证明: $p_1\log_2 p_1 + p_2\log_2 p_2 + p_3\log_2 p_3 + \dots + p_{2^n}\log_2 p_{2^n} \geq -n$.