2005 普通高等学校招生考试 (江苏卷)

一、选择题

1. 设集合 $A=\{1,\ 2\}$, $B=\{1,\ 2,\ 3\}$, $C=\{2,\ 3,\ 4\}$, 则 $(A\cap B)\cup C=$ ( )
(A) $\{1,\ 2,\ 3\}$　(B) $\{1,\ 2,\ 4\}$　(C) $\{2,\ 3,\ 4\}$　(D) $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$

2. 函数 $y=x^{1-x}+3\ (x\in\mathbf{R})$ 的反函数的解析表达式为 ( )
(A) $y=\log_2\dfrac{2}{x-3}$　(B) $y=\log_2\dfrac{x-3}{2}$
(C) $y=\log_2\dfrac{3-x}{2}$　(D) $y=\log_2\dfrac{2}{3-x}$

3. 在各项都为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, 首项 $a_1=3$, 前三项和为 21, 则 $a_3+a_4+a_5=$ ( )
(A) 33　(B) 72　(C) 84　(D) 189

4. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 若 $AB=2$, $AA_1=1$, 则点 A 到平面 A_1BC 的距离为 ( )
(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　(B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　(C) $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$　(D) $\sqrt{3}$

5. $\triangle ABC$ 中, $A=\dfrac{\pi}{3}$, $BC=3$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为 ( )
(A) $4\sqrt{3}\sin\left(B+\dfrac{\pi}{3}\right)+3$　(B) $4\sqrt{3}\sin\left(B+\dfrac{\pi}{6}\right)+3$
(C) $6\sin\left(B+\dfrac{\pi}{3}\right)+3$　(D) $6\sin\left(B+\dfrac{\pi}{6}\right)+3$

6. 抛物线 $y=4x^2$ 上的一点 M 到焦点的距离为 1, 则点 M 的纵坐标是 ( )
(A) $\dfrac{17}{16}$　(B) $\dfrac{15}{16}$　(C) $\dfrac{7}{8}$　(D) 0

7. 在一次歌手大奖赛上, 七位评委为歌手打出的分数如下: 9.4, 8.4, 9.4, 9.9, 9.6, 9.4, 9.7. 去掉一个最高分和一个最低分后, 所剩数据的平均值和方差分别为 ( )
(A) 9.4, 0.484　(B) 9.4, 0.016　(C) 9.5, 0.04　(D) 9.5, 0.016

8. 设 α, β, γ 为两两不重合的平面, l, m, n 为两两不重合的直线, 给出下列四个命题:
① 若 $\alpha\perp\gamma$, $\beta\perp\gamma$, 则 $\alpha\parallel\beta$;
② 若 $m\subset\alpha$, $n\subset\alpha$, $m\parallel\beta$, $n\parallel\beta$, 则 $\alpha\parallel\beta$;
③ 若 $\alpha\parallel\beta$, $l\subset\alpha$, 则 $l\parallel\beta$;
④ 若 $\alpha\cap\beta=l$, $\beta\cap\gamma=m$, $\gamma\cap\alpha=n$, $l\parallel\gamma$, 则 $m\parallel n$.
其中真命题的个数是 ( )
(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4

9. 设 $k=1, 2, 3, 4, 5$, 则 $(x+2)^5$ 的展开式中 x^k 的系数不可能是 ( )
(A) 10　(B) 40　(C) 50　(D) 80

10. 若 $\sin\left(\dfrac{\pi}{6}-\alpha\right)=\dfrac{1}{3}$, 则 $\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}+2\alpha\right)=$ ( )
(A) $-\dfrac{7}{9}$　(B) $-\dfrac{1}{3}$　(C) $\dfrac{1}{3}$　(D) $\dfrac{7}{9}$

11. 点 $P(-3,1)$ 在椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左准线上. 过点 P 且方向为 $\boldsymbol{a}=(2,-5)$ 的光线, 经直线 $y=-2$ 反射后通过椭圆的左焦点, 则这个椭圆的离心率为 ( )
(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　(B) $\dfrac{1}{3}$　(C) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(D) $\dfrac{1}{2}$

12. 四棱锥的 8 条棱代表 8 种不同的化工产品, 有公共点的两条棱代表的化工产品放在同一仓库是危险的, 没有公共顶点的两条棱多代表的化工产品放在同一仓库是安全的, 现打算用编号为①、②、③、④的 4 个仓库存放这 8 种化工产品, 那么安全存放的不同方法种数为 ( )
(A) 96　(B) 48　(C) 24　(D) 0

二、填空题

13. 命题"若 $a>b$, 则 $2^a>2^b-1$"的否命题为______.

14. 曲线 $y=x^3+x+1$ 在点 $(1,3)$ 处的切线方程是______.

15. 函数 $y=\sqrt{\log_{0.5}(4x^2-3x)}$ 的定义域为______.

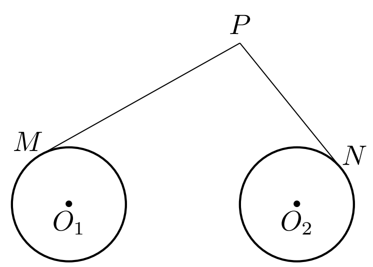
16. 若 $3^a=0.618$, $a\in[k,k+1)$, $k\in\mathbf{Z}$, 则 $k=$______.

17. 已知 a, b 为常数, 若 $f(x)=x^2+4x+3$, $f(ax+b)=x^2+10x+24$, 则 $5a-b=$______.

18. 在 $\triangle ABC$ 中, O 为中线 AM 上的一个动点, 若 $AM=2$, 则 $\overrightarrow{OA}\cdot(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$ 的最小值是______.

三、解答题

19. 如图, 圆 O_1 与圆 O_2 的半径都是 1, $O_1O_2=4$, 过动点 P 分别作圆 O_1、圆 O_2 的切线 PM、PN (M、N 分别为切点), 使得 $PM=\sqrt{2}PN$. 试建立适当的坐标系, 并求动点 P 的轨迹方程.



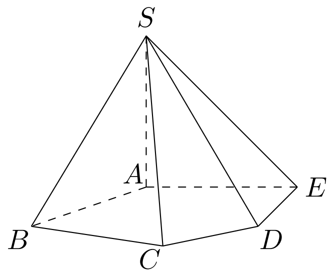
20. 甲、乙两人各射击一次, 击中目标的概率分别是 $\dfrac{2}{3}$ 和 $\dfrac{3}{4}$. 假设两人射击是否击中目标, 相互之间没有影响; 每次射击是否击中目标, 相互之间没有影响.
(1) 求甲射击 4 次, 至少 1 次未击中目标的概率;
(2) 求两人各射击 4 次, 甲恰好击中目标 2 次且乙恰好击中目标 3 次的概率;
(3) 假设某人连续 2 次未击中目标, 则停止射击. 问: 乙恰好射击 5 次后, 被中止射击的概率是多少?

21. 如图, 在五棱锥 $S-ABCDE$ 中, $SA\perp$ 底面 $ABCDE$, $SA=AB=AE=2$, $BC=DE=\sqrt{3}$, $\angle BAE=\angle BCD=\angle CDE=120°$.

(1) 求异面直线 CD 与 SB 所成的角; (用反三角函数值表示)

(2) 证明: $BC\perp$ 平面 SAB;

(3) 用反三角函数值表示二面角 $B-SC-D$ 的大小. (本小问不必写出解答过程)



22. 已知 $a\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=x^2|x-a|$.

(1) 当 $a=2$ 时, 求 $f(x)=x$ 使成立的 x 的集合;

(2) 求函数 $y=f(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上的最小值.

23. 设数列 $\{a_n\}$ 的前项和为 S_n, 已知 $a_1=1$, $a_2=6$, $a_3=11$, 且 $(5n-8)S_{n+1}-(5n+2)S_n=An+B$, $n=1,2,3,\cdots$, 其中 A, B 为常数.

(1) 求 A 与 B 的值;

(2) 证明数列 $\{a_n\}$ 为等差数列;

(3) 证明不等式 $\sqrt{5a_{mn}}-\sqrt{a_ma_n}>1$ 对任何正整数 m、n 都成立.