2005 普通高等学校招生考试 (江西卷文)

一、选择题

1. 设集合 $I=\{x\,|\,|x|<3,\ x\in\mathbf{Z}\}$, $A=\{1,\ 2\}$, $B=\{-2,\ -1,\ 2\}$, 则 $A\cup(\complement_I B)=$ ( )
(A) $\{1\}$　(B) $\{1,\ 2\}$　(C) $\{2\}$　(D) $\{0,\ 1,\ 2\}$

2. 已知 $\tan\dfrac{\alpha}{2}=3$, 则 $\cos\alpha=$ ( )
(A) $\dfrac{4}{5}$　(B) $-\dfrac{4}{5}$　(C) $\dfrac{4}{15}$　(D) $-\dfrac{3}{5}$

3. $(\sqrt{x}+\sqrt[3]{x})^{12}$ 的展开式中, 含 x 的正整数次幂的项共有 ( )
(A) 4 项　(B) 3 项　(C) 2 项　(D) 1 项

4. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{\log_2(-x^2+4x-3)}$ 的定义域为 ( )
(A) $(1,2)\cup(2,3)$　(B) $(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$
(C) $(1,3)$　(D) $[1,3]$

5. 设函数 $f(x)=\sin 3x+|\sin 3x|$, 则 $f(x)$ 为 ( )
(A) 周期函数, 最小正周期为 $\dfrac{\pi}{3}$　(B) 周期函数, 最小正周期为 $\dfrac{2\pi}{3}$
(C) 周期函数, 数小正周期为 2π　(D) 非周期函数

6. 已知向量 $\vec{a}=(1,2)$, $\vec{b}(-2,-4)$, $|\vec{c}|=\sqrt{5}$, 若 $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\dfrac{5}{2}$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{c}$ 的夹角为 ( )
(A) $30°$　(B) $60°$　(C) $120°$　(D) $150°$

7. 将 9 个 (含甲、乙) 平均分成三组, 甲、乙分在同一组, 则不同分组方法的种数为 ( )
(A) 70　(B) 140　(C) 280　(D) 840

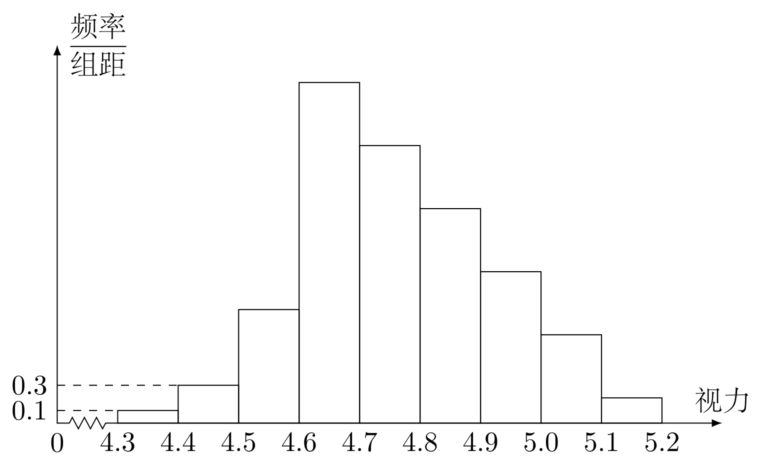
8. 在 $\triangle ABC$ 中, 设命题 p: $\dfrac{a}{\sin B}=\dfrac{b}{\sin C}=\dfrac{c}{\sin A}$, 命题 q: $\triangle ABC$ 是等边三角形, 那么命题 p 是命题 q 的 ( )
(A) 充分不必要条件　(B) 必要不充分条件
(C) 充分必要条件　(D) 既不充分又不必要条件

9. 矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $BC=3$, 沿 AC 将矩形 $ABCD$ 折成一个直二面角 $B-AC-D$, 则四面体 $ABCD$ 的外接球的体积为 ( )
(A) $\dfrac{125}{12}\pi$　(B) $\dfrac{125}{9}\pi$　(C) $\dfrac{125}{6}\pi$　(D) $\dfrac{125}{3}\pi$

10. 已知实数 a, b 满足等式 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^a=\left(\dfrac{1}{3}\right)^b$, 下列五个关系式:
① $0<b<a$; ② $a<b<0$; ③ $0<a<b$; ④ $b<a<0$; ⑤ $a=b$.
其中不可能成立的关系式有 ( )
(A) 1 个　(B) 2 个　(C) 3 个　(D) 4 个

11. 在 $\triangle OAB$ 中, O 为坐标原点, $A(1,\cos\theta)$, $B(\sin\theta,1)$, $\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right]$, 则 $\triangle OAB$ 的面积达到最大值时, $\theta=$ ( )
(A) $\dfrac{\pi}{6}$　(B) $\dfrac{\pi}{4}$　(C) $\dfrac{\pi}{3}$　(D) $\dfrac{\pi}{2}$

12. 为了解某校高三学生的视力情况, 随机地抽查了该校 100 名高三学生的视力情况, 得到频率分布直方图. 由于不慎将部分数据丢失, 但知道前 4 组的频数成等比数列, 后 6 组的频数成等差数列, 设最大频率为 a, 视力在 4.6 到 5.0 之间的学生数为 b, 则 a, b 的值分别为 ( )



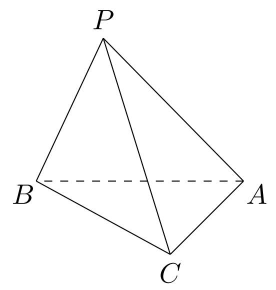
(A) 0.27, 78　(B) 0.27, 83　(C) 2.7, 78　(D) 2.7, 83

二、填空题

13. 若函数 $f(x)=\log_a(x+\sqrt{x^2+2a^2})$ 是奇函数, 则 $a=$______.

14. 设实数 x, y 满足 $\begin{cases}x-y-2\leqslant 0,\\ x+2y-4>0,\\ 2y-3\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $\dfrac{y}{x}$ 的最大值是______.

15. 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA=PB=PC=BC$, 且 $\angle BAC=\dfrac{\pi}{2}$, 则 PA 与底面 ABC 所成角为______.



16. 以下同个关于圆锥曲线的命题中:
① 设 A、B 为两个定点, k 为非零常数, $\left|\overrightarrow{PA}\right|-\left|\overrightarrow{PB}\right|=k$, 则动点 P 的轨迹为双曲线;
② 设定圆 C 上一定点 A 作圆的动点弦 AB, O 为坐标原点, 若 $\overrightarrow{OP}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)$, 则动点 P 的轨迹为椭圆;
③ 方程 $2x^2-5x+2=0$ 的两根可分别作为椭圆和双曲线的离心率;
④ 双曲线 $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{9}=1$ 与椭圆 $\dfrac{x^2}{35}+y^2=1$ 有相同的焦点.
其中真命题的序号为______. (写出所有真命题的序号)

三、解答题

17. 已知函数 $f(x)=\dfrac{x^2}{ax+b}$ (a, b 为常数), 且方程 $f(x)-x+12=0$ 有两个实根为 $x_1=3$, $x_2=4$.
(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;
(2) 设 $k>1$, 解关于 x 的不等式: $f(x)<\dfrac{(k+1)x-k}{2-x}$.

18. 已知向量 $\vec{a}=\left(2\cos\dfrac{x}{2},\tan\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{4}\right)\right)$, $\vec{b}=\left(\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{4}\right),\tan\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{4}\right)\right)$, 令 $f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}$. 求函数 $f(x)$ 的最大值, 最小正周期, 并写出 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的单调区间.

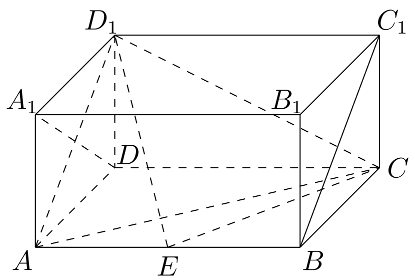
19. A、B 两位同学各有五张卡片, 现以投掷均匀硬币的形式进行游戏, 当出现正面朝上时 A 赢得 B 一张卡片, 否则 B 赢得 A 一张卡片, 如果某人已赢得所有卡片, 则游戏终止. 求掷硬币的次数不大于 7 次时游戏终止的概率.

20. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 中, $AD=AA_1=1$, $AB=2$, 点 E 在棱 AD 上移动.

(1) 证明: $D_1E\perp A_1D$;

(2) 当 E 为 AB 的中点时, 求点 E 到面 ACD_1 的距离;

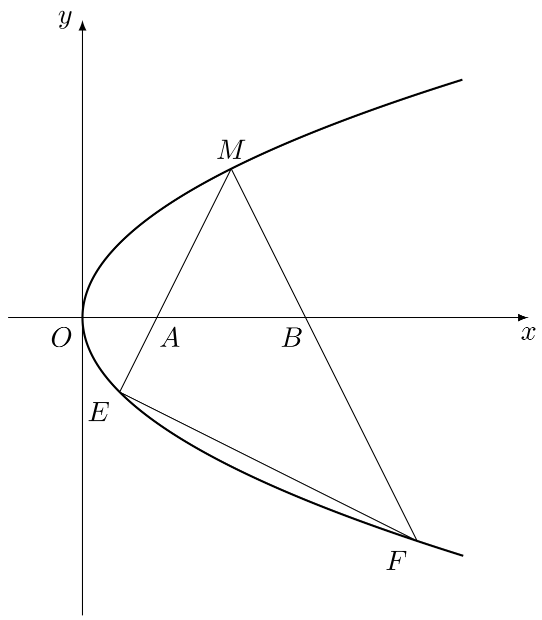
(3) AE 等于何值时, 二面角 D_1-EC-D 的大小为 $\dfrac{\pi}{4}$.



21. 如图, M 是抛物线上 $y^2=x$ 上的一点, 动弦 ME、MF 分别交 x 轴于 A、B 两点, 且 $MA=MB$.

(1) 若 M 为定点, 证明: 直线 EF 的斜率为定值;

(2) 若 M 为动点, 且 $\angle EMF=90^\circ$, 求 $\triangle EMF$ 的重心 G 的轨迹方程.



22. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n-S_{n-2}=3\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$ $(n\geqslant 3)$, 且 $S_1=1$, $S_2=-\dfrac{3}{2}$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.