

2005 普通高等学校招生考试 (浙江卷理)

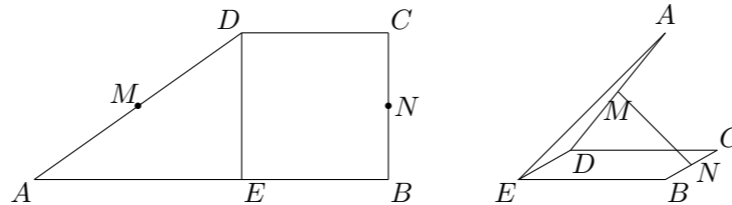
一、选择题

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2} =$ ()
 (A) 2 (B) 4 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 0
- 点 $(1, -1)$ 到直线 $x - y + 1 = 0$ 的距离是 ()
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- 设 $f(x) = \begin{cases} |x-1|-2, & |x| \leq 1, \\ \frac{1}{1+x^2}, & |x| > 1, \end{cases}$ 则 $f\left[f\left(\frac{1}{2}\right)\right] =$ ()
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{4}{13}$ (C) $-\frac{9}{5}$ (D) $\frac{25}{41}$
- 在复平面内, 复数 $\frac{i}{1+i} + (1+\sqrt{3}i)^2$ 对应的点位于 ()
 (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限
- 在 $(1-x)^5 + (1-x)^6 + (1-x)^7 + (1-x)^8$ 的展开式中, 含 x^3 的项的系数是 ()
 (A) 74 (B) 121 (C) -74 (D) -121
- 设 α, β 为两个不同的平面, l, m 为两条不同的直线, 且 $l \subset \alpha, m \subset \beta$, 有如下的两个命题: ① 若 $\alpha \parallel \beta$, 则 $l \parallel m$; ② 若 $l \perp m$, 则 $\alpha \perp \beta$. 那么 ()
 (A) ①是真命题, ②是假命题 (B) ①是假命题, ②是真命题
 (C) ①②都是真命题 (D) ①②都是假命题
- 设集合 $A = \{(x, y) \mid x, y, 1-x-y \text{ 是三角形的三边长}\}$, 则 A 所表示的平面区域 (不含边界的阴影部分) 是 ()
- 已知 $k < -4$, 则函数 $y = \cos 2x + k(\cos x - 1)$ 的最小值是 ()
 (A) 1 (B) -1 (C) $2k+1$ (D) $-2k+1$

- 设 $f(n) = 2n+1 (n \in \mathbf{N}), P = \{1, 2, 3, 4, 5\}, Q = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, 记 $\hat{P} = \{n \in \mathbf{N} \mid f(n) \in P\}, \hat{Q} = \{n \in \mathbf{N} \mid f(n) \in Q\}$, 则 $(\hat{P} \cap \mathbb{C}_{\mathbf{N}} \hat{Q}) \cup (\hat{Q} \cap \mathbb{C}_{\mathbf{N}} \hat{P}) =$ ()
 (A) $\{0, 3\}$ (B) $\{1, 2\}$ (C) $\{3, 4, 5\}$ (D) $\{1, 2, 6, 7\}$
- 已知向量 $\vec{a} \neq \vec{e}, |\vec{e}| = 1$, 对任意 $t \in \mathbf{R}$, 恒有 $|\vec{a} - t\vec{e}| \geq |\vec{a} - \vec{e}|$, 则 ()
 (A) $\vec{a} \perp \vec{e}$ (B) $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{e})$
 (C) $\vec{e} \perp (\vec{a} - \vec{e})$ (D) $(\vec{a} + \vec{e}) \perp (\vec{a} - \vec{e})$

二、填空题

- 函数 $y = \frac{x}{x+2} (x \in \mathbf{R}, \text{且 } x \neq -2)$ 的反函数是_____.
- 设 M, N 是直角梯形 $ABCD$ 两腰的中点, $DE \perp AB$ 于 E (如图). 现将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起, 使二面角 $A-DE-B$ 为 45° , 此时点 A 在平面 $BCDE$ 内的射影恰为点 B , 则 M, N 的连线与 AE 所成角的大小等于_____.



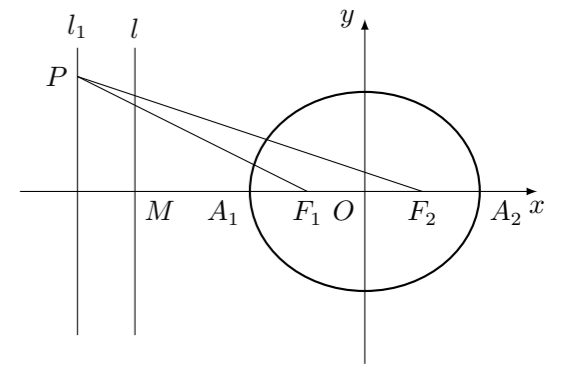
- 过双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点且垂直于 x 轴的直线与双曲线相交于 M, N 两点, 以 MN 为直径的圆恰好过双曲线的右顶点, 则双曲线的离心率等于_____.
- 从集合 $\{O, P, Q, R, S\}$ 与 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 中各任取 2 个元素排成一排 (字母和数字均不能重复). 每排中字母 O, Q 和数字 0 至多只能出现一个的不同排法种数是_____. (用数字作答).

三、解答题

- 已知函数 $f(x) = -\sqrt{3}\sin^2 x + \sin x \cos x$.
 (1) 求 $f\left(\frac{25\pi}{6}\right)$ 的值;
 (2) 设 $\alpha \in (0, \pi), f\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}$, 求 $\sin \alpha$ 的值.

- 已知函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象关于原点对称, 且 $f(x) = x^2 + 2x$.
 (1) 求函数 $g(x)$ 的解析式;
 (2) 解不等式 $g(x) \geq f(x) - |x-1|$.

- 如图, 已知椭圆的中心在坐标原点, 焦点 F_1, F_2 在 x 轴上, 长轴 A_1A_2 的长为 4, 左准线 l 与 x 轴的交点为 $M, |MA_1| : |A_1F_1| = 2 : 1$.
 (1) 求椭圆的方程;
 (2) 若直线 $l_1: x = m (|m| > 1), P$ 为 l_1 上的动点, 使 $\angle F_1PF_2$ 最大的点 P 记为 Q , 求点 Q 的坐标. (用 m 表示)

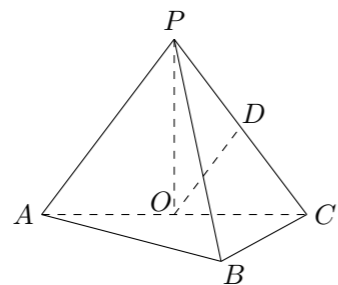


18. 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB \perp BC$, $AB = BC = kPA$, 点 O 、 D 分别是 AC 、 PC 的中点, $OP \perp$ 底面 ABC .

(1) 求证: $OD \parallel$ 平面 PAB ;

(2) 当 $k = \frac{1}{2}$ 时, 求直线 PA 与平面 PBC 所成角的大小;

(3) 当 k 取何值时, O 在平面 PBC 内的射影恰好为 $\triangle PBC$ 的重心?



19. 袋子 A 和 B 中装有若干个均匀的红球和白球, 从 A 中摸出一个红球的概率是 $\frac{1}{3}$, 从 B 中摸出一个红球的概率为 p .

(1) 从 A 中有放回地摸球, 每次摸出一个, 有 3 次摸到红球即停止.

① 求恰好摸 5 次停止的概率;

② 记 5 次之内 (含 5 次) 摸到红球的次数为 ξ , 求随机变量 ξ 的分布率及数学期望 $E\xi$;

(2) 若 A 、 B 两个袋子中的球数之比为 $1:2$, 将 A 、 B 中的球装在一起后, 从中摸出一个红球的概率是 $\frac{2}{5}$, 求 p 的值.

20. 设点 $A_n(x_n, 0)$, $P_n(x_n, 2^{n-1})$ 和抛物线 $C_n: y = x^2 + a_nx + b_n$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 其中 $a_n = -2 - 4n - \frac{1}{2^{n-1}}$, x_n 由以下方法得到:

$x_1 = 1$, 点 $P_2(x_2, 2)$ 在抛物线 $C_1: y = x^2 + a_1x + b_1$ 上, 点 $A_1(x_1, 0)$ 到 P_2 的距离是 A_1 到 C_1 上点的最短距离, \dots , 点 $P_{n+1}(x_{n+1}, 2^n)$ 在抛物线 $C_n: y = x^2 + a_nx + b_n$ 上, 点 $A_n(x_n, 0)$ 到 P_{n+1} 的距离是 A_n 到 C_n 上点的最短距离.

(1) 求 x_2 及 C_1 的方程.

(2) 证明 $\{x_n\}$ 是等差数列.