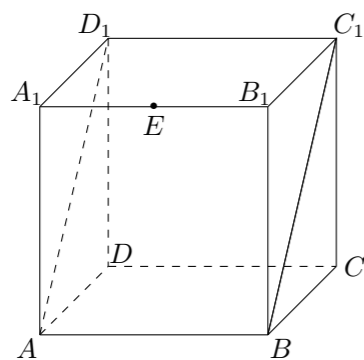


2005 普通高等学校招生考试 (湖南卷文)

一、选择题

1. 设全集 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $A = \{-2, -1, 0\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B =$ ()
(A) $\{0\}$ (B) $\{-2, -1\}$ (C) $\{1, 2\}$ (D) $\{0, 1, 2\}$
2. $\tan 600^\circ$ 的值是 ()
(A) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $-\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{3}$
3. 函数 $f(x) = \sqrt{1-2^x}$ 的定义域是 ()
(A) $(-\infty, 0]$ (B) $[0, +\infty)$ (C) $(-\infty, 0)$ (D) $(-\infty, +\infty)$
4. 如图, 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, E 是 A_1B_1 的中点, 则 E 到平面 ABC_1D_1 的距离为 ()



- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
5. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 0$, $a_{n+1} = \frac{a_n - \sqrt{3}}{\sqrt{3}a_n + 1}$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 则 $a_{20} =$ ()
(A) 0 (B) $-\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
6. 设集合 $A = \left\{x \mid \frac{x-1}{x+1} < 0\right\}$, $B = \{x \mid |x-1| < a\}$, 则“ $a = 1$ ”是“ $A \cap B \neq \emptyset$ ”的 ()
(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分又不必要条件
7. 设直线的方程是 $Ax + By = 0$, 从 1, 2, 3, 4, 5 这五个数中每次取两个不同的数作为 A, B 的值, 则所得不同直线的条数是 ()
(A) 20 (B) 19 (C) 18 (D) 16
8. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点为 F , 右准线与一条渐近线交于点 A , $\triangle OAF$ 的面积为 $\frac{a^2}{2}$ (O 为原点), 则两条渐近线的夹角为 ()
(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 90°

9. P 是 $\triangle ABC$ 所在平面上一点, 若 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PA}$, 则 P 是 $\triangle ABC$ 的 ()
(A) 外心 (B) 内心 (C) 重心 (D) 垂心

10. 某公司在甲、乙两地销售一种品牌车, 利润 (单位: 万元) 分别为 $L_1 = 5.06x - 0.15x^2$ 和 $L_2 = 2x$, 其中 x 为销售量 (单位: 辆). 若该公司在这两地共销售 15 辆车, 则能获得的最大利润为 ()
(A) 45.606 (B) 45.6 (C) 45.56 (D) 45.51

二、填空题

11. 设直线 $2x + 3y + 1 = 0$ 和圆 $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ 相交于点 A, B , 则弦 AB 的垂直平分线方程是_____.
12. 一工厂生产了某种产品 16800 件, 它们来自甲、乙、丙 3 条生产线, 为检查这批产品的质量, 决定采用分层抽样的方法进行抽样, 已知甲、乙、丙三条生产线抽取的个体数组成一个等差数列, 则乙生产线生产了_____件产品.
13. 在 $(1+x) + (1+x)^2 + \dots + (1+x)^6$ 的展开式中, x^2 项的系数是_____. (用数字作答)
14. 设函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(1, 2)$ 对称, 且存在反函数 $f^{-1}(x)$, $f(4) = 0$, 则 $f^{-1}(4) =$ _____.
15. 已知平面 α, β 和直线, 给出条件:
① $m \parallel \alpha$; ② $m \perp \alpha$; ③ $m \subset \alpha$; ④ $\alpha \perp \beta$; ⑤ $\alpha \parallel \beta$.
(1) 当满足条件_____时, 有 $m \parallel \beta$;
(2) 当满足条件_____时, 有 $m \perp \beta$. (填所选条件的序号)

三、解答题

16. 已知数列 $\{\log_2(a_n - 1)\}$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 为等差数列, 且 $a_1 = 3, a_3 = 9$.
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 证明: $\frac{1}{a_2 - a_1} + \frac{1}{a_3 - a_2} + \dots + \frac{1}{a_{n+1} - a_n} < 1$.

17. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A(\sin B + \cos B) - \sin C = 0$, $\sin B + \cos 2C = 0$, 求角 A, B, C 的大小.

18. 如图 1, 已知 $ABCD$ 是上、下底边长分别为 2 和 6, 高为 $\sqrt{3}$ 的等腰梯形, 将它沿对称轴 OO_1 折成直二面角, 如图 2.

- (1) 证明: $AC \perp BO_1$;
- (2) 求二面角 $O - AC - O_1$ 的大小.

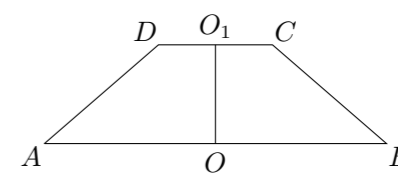


图 1

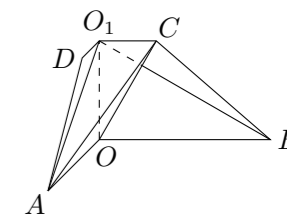


图 2

19. 设 $t \neq 0$, 点 $P(t, 0)$ 是函数 $f(x) = x^3 + ax$ 与 $g(x) = bx^2 + c$ 的图象的一个公共点, 两函数的图象在点 P 处有相同的切线.
- (1) 用 t 表示 a, b, c ;
 - (2) 若函数 $y = f(x) - g(x)$ 在 $(-1, 3)$ 上单调递减, 求 t 的取值范围.
20. 某单位组织 4 个部门的职工旅游, 规定每个部门只能在韶山、衡山、张家界 3 个景区中任选一个, 假设各部门选择每个景区是等可能的.
- (1) 求 3 个景区都有部门选择的概率;
 - (2) 求恰有 2 个景区有部门选择的概率.
21. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点为 F_1, F_2 , 离心率为 e . 直线 $l: y = ex + a$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A, B , M 是直线 l 与椭圆 C 的一个公共点, P 是点 F_1 关于直线 l 的对称点, 设 $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB}$.
- (1) 证明: $\lambda = 1 - e^2$;
 - (2) 若 $\lambda = \frac{3}{4}$, $\triangle PF_1F_2$ 的周长为 6; 写出椭圆 C 的方程;
 - (3) 确定 λ 的值, 使得 $\triangle PF_1F_2$ 是等腰三角形.