2005 普通高等学校招生考试 (福建卷文)

一、选择题

1. 已知集合 $P=\{x \mid |x-1|\leqslant 1,\ x\in\mathbf{R}\}$, 集合 $Q=\{x\mid x\in\mathbf{N}\}$, 则 $P\cap Q$ 等于 ( )

(A) P　(B) Q　(C) $\{1,2\}$　(D) $\{0,1,2\}$

2. 不等式 $\dfrac{2x-1}{3x+1}>0$ 的解集是 ( )

(A) $\left\{x\,\middle|\, x<-\dfrac{1}{3}\text{ 或 } x>\dfrac{1}{2}\right\}$　(B) $\left\{x\,\middle|\, -\dfrac{1}{3}<x<\dfrac{1}{2}\right\}$

(C) $\left\{x\,\middle|\, x>\dfrac{1}{2}\right\}$　(D) $\left\{x\,\middle|\, x>-\dfrac{1}{3}\right\}$

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_7+a_9=16$, $a_4=1$, 则 a_{12} 的值是 ( )

(A) 15　(B) 30　(C) 31　(D) 64

4. 函数 $y=\cos 2x$ 在下列哪个区间上是减函数 ( )

(A) $\left[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}\right]$　(B) $\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3\pi}{4}\right]$　(C) $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$　(D) $\left[\dfrac{\pi}{2},\pi\right]$

5. 下列结论正确的是 ( )

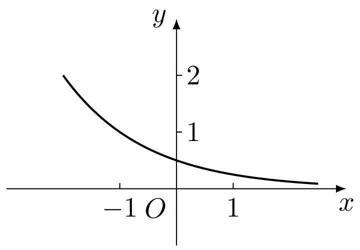
(A) 当 $x>0$ 且 $x\neq 1$ 时, $\lg x+\dfrac{1}{\lg x}\geqslant 2$

(B) 当 $x>0$ 时, $\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\geqslant 2$

(C) 当 $x\geqslant 2$ 时, $x+\dfrac{1}{x}$ 的最小值为 2

(D) 当 $0<x\leqslant 2$ 时, $x-\dfrac{1}{x}$ 无最大值

6. 若函数 $f(x)=a^{x-b}$ 的图象如图, 其中 a、b 为常数, 则下列结论正确的是 ( )



(A) $a>1$, $b<0$　(B) $a>1$, $b>0$

(C) $0<a<1$, $b>0$　(D) $0<a<1$, $b<0$

7. 已知直线 m、n 与平面 α, β, 给出下列三个命题:

① 若 $m\parallel\alpha$, $n\parallel\alpha$, 则 $m\parallel n$;

② 若 $m\parallel\alpha$, $n\perp\alpha$, 则 $n\perp m$;

③ 若 $m\perp\alpha$, $m\parallel\beta$, 则 $\alpha\perp\beta$.

其中真命题的个数是 ( )

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) 3

8. 已知 p: $a\neq 0$, q: $ab\neq 0$, 则 p 是 q 的 ( )

(A) 充分不必要条件　(B) 必要不充分条件

(C) 充要条件　(D) 既不充分也不必要条件

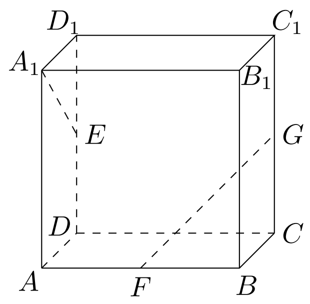
9. 已知定点 A、B 且 $|AB|=4$, 动点 P 满足 $|PA|-|PB|=3$, 则 $|PA|$ 的最小值是 ( )

(A) $\dfrac{1}{2}$　(B) $\dfrac{3}{2}$　(C) $\dfrac{7}{2}$　(D) 5

10. 从 6 人中选 4 人分别到巴黎、伦敦、悉尼、莫斯科四个城市游览, 要求每个城市有一人游览, 每人只游览一个城市, 且这 6 人中甲、乙两人不去巴黎游览, 则不同的选择方案共有 ( )

(A) 300 种　(B) 240 种　(C) 144 种　(D) 96 种

11. 如图, 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1=AB=2$, $AD=1$, 点 E、F、G 分别是 DD_1、AB、CC_1 的中点, 则异面直线 A_1E 与 GF 所成的角是 ( )



(A) $\arccos\dfrac{\sqrt{15}}{5}$　(B) $\dfrac{\pi}{4}$　(C) $\arccos\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　(D) $\dfrac{\pi}{2}$

12. $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的以 3 为周期的偶函数, 且 $f(2)=0$, 则方程 $f(x)=0$ 在区间 $(0,6)$ 内解的个数的最小值是 ( )

(A) 5　(B) 4　(C) 3　(D) 2

二、填空题

13. $\left(2\sqrt{x}-\dfrac{1}{x}\right)^6$ 展开式中的常数项是______. (用数字作答)

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\overrightarrow{AB}=(k,1)$, $\overrightarrow{AC}=(2,3)$, 则 k 的值是______.

15. 非负实数 x, y 满足 $\begin{cases}2x+y\leqslant 0,\\ x+y-3\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $x+3y$ 的最大值为______.

16. 把下面不完整的命题补充完整, 并使之成为真命题:

若函数 $f(x)=3+\log_2 x$ 的图象与 $g(x)$ 的图象关于______对称, 则函数 $g(x)=$______.

注: 填上你认为可以成为真命题的一件情形即可, 不必考虑所有可能的情形.

三、解答题

17. 已知 $-\dfrac{\pi}{2}<x<0$, $\sin x+\cos x=\dfrac{1}{5}$.

(1) 求 $\sin x-\cos x$ 的值;

(2) 求 $\dfrac{\sin 2x+2\sin^2 x}{1-\tan x}$ 的值.

18. 甲、乙两人在罚球线投球命中的概率分别为 $\dfrac{1}{2}$ 与 $\dfrac{2}{5}$, 投中得 1 分, 投不中得 0 分.

(1) 甲、乙两人在罚球线各投球一次, 求两人得分之和 ξ 的数学期望;

(2) 甲、乙两人在罚球线各投球二次, 求这四次投球中至少一次命中的概率.

19. 已知 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列, 且 a_1, a_3, a_2 成等差数列.

(1) 求 q 的值;

(2) 设 $\{b_n\}$ 是以 2 为首项, q 为公差的等差数列, 其前 n 项和为 S_n, 当 $n \geqslant 2$ 时, 比较 S_n 与 b_n 的大小, 并说明理由.

20. 已知函数 $f(x) = x^3 + bx^2 + ax + d$ 的图象过点 $P(0,2)$, 且在点 $M(-1, f(-1))$ 处的切线方程为 $6x - y + 7 = 0$.

(1) 求函数 $y = f(x)$ 的解析式;

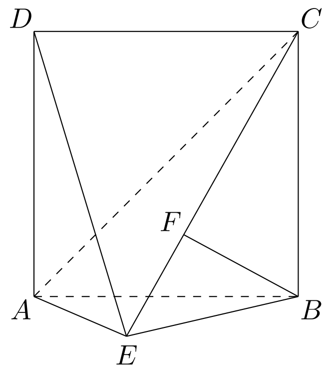
(2) 求函数 $y = f(x)$ 的单调区间.

21. 如图, 直二面角 $D-AB-E$ 中, 四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, $AE = EB$, F 为 CE 上的点, 且 $BF \perp$ 平面 ACE.

(1) 求证 $AE \perp$ 平面 BCE;

(2) 求二面角 $B-AC-E$ 的大小;

(3) 求点 D 到平面 ACE 的距离.



22. 已知方向向量为 $\vec{v} = (1, \sqrt{3})$ 的直线 l 过点 $(0, -2\sqrt{3})$ 和椭圆 C: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > b > 0)$ 的焦点, 且椭圆 C 的中心关于直线 l 的对称点在椭圆 C 的右准线上.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 是否存在过点 $E(-2,0)$ 的直线 m 交椭圆 C 于点 M、N, 满足 $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = \dfrac{4}{3}\sqrt{6}\cot\angle MON \neq 0$ (O 为原点). 若存在, 求直线 m 的方程; 若不存在, 请说明理由.