2005 普通高等学校招生考试 (重庆卷文)

一、选择题

1. 圆 $(x+2)^2+y^2=5$ 关于原点 $(0,0)$ 对称的圆的方程为 ( )

(A) $(x-2)^2+y^2=5$　(B) $x^2+(y-2)^2=5$

(C) $(x+2)^2+(y+2)^2=5$　(D) $x^2+(y+2)^2=5$

2. $\left(\cos\frac{\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{12}\right)\left(\cos\frac{\pi}{12}+\sin\frac{\pi}{12}\right)=$ ( )

(A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　(B) $-\frac{1}{2}$　(C) $\frac{1}{2}$　(D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 若函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 在 $(-\infty,0]$ 上是减函数, 且 $f(2)=0$, 则使得 $f(x)<0$ 的 x 的取值范围是 ( )

(A) $(-\infty,2)$　(B) $(2,+\infty)$

(C) $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$　(D) $(-2,2)$

4. 设向量 $\boldsymbol{a}=(-1,2)$, $\boldsymbol{b}=(2,-1)$, 则 $(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$ 等于 ( )

(A) $(1,1)$　(B) $(-4,-4)$　(C) -4　(D) $(-2,-2)$

5. 不等式组 $\begin{cases}|x-2|<2,\\ \log_2(x^2-1)>1\end{cases}$ 的解集为 ( )

(A) $(0,\sqrt{3})$　(B) $(\sqrt{3},2)$　(C) $(\sqrt{3},4)$　(D) $(2,4)$

6. 已知 α、β 均为锐角, 若 $p:\sin\alpha<\sin(\alpha+\beta)$, $q:\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}$, 则 p 是 q 的 ( )

(A) 充分而不必要条件　(B) 必要而不充分条件

(C) 充要条件　(D) 既不充分也不必要条件

7. 对于不重合的两个平面 α 与 β, 给定下列条件:

① 存在平面 γ, 使得 α、β 都垂直于 γ;
② 存在平面 γ, 使得 α、β 都平行于 γ;
③ 存在直线 $l\subset\alpha$, 直线 $m\subset\alpha$, 使得 $l\parallel m$;
④ 存在异面直线 l、m, 使得 $l\parallel\alpha$, $l\parallel\beta$, $m\parallel\alpha$, $m\parallel\beta$.

其中, 可以判定 α 与 β 平行的条件有 ( )

(A) 1 个　(B) 2 个　(C) 3 个　(D) 4 个

8. 若 $(1+2x)^n$ 展开式中含 x^3 项的系数等于含 x 项的系数的 8 倍, 则 n 等于 ( )

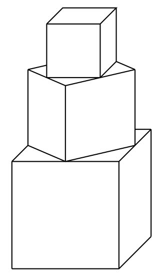
(A) 5　(B) 7　(C) 9　(D) 11

9. 若动点 (x,y) 在曲线 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(b>0)$ 上变化, 则 x^2+2y 的最大值为 ( )

(A) $\begin{cases}\frac{b^2}{4}+4, & 0<b<4,\\ 2b, & b\geqslant 4.\end{cases}$　(B) $\begin{cases}\frac{b^2}{4}+4, & 0<b<2,\\ 2b, & b\geqslant 2.\end{cases}$

(C) $\frac{b^2}{4}+4$　(D) $2b$

10. 有一塔形几何体由若干个正方体构成, 构成方式如图所示, 上层正方体下底面的四个顶点是下层正方体上底面各连接中点, 已知最底层正方体的棱长为 2, 且该塔形的表面积 (含最底层正方体的底面面积) 超过 39, 则该塔形中正方体的个数至少是 ( )



(A) 4　(B) 5　(C) 6　(D) 7

二、填空题

11. 若集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2-4x+3<0\}$, 集合 $B=\{x\in\mathbf{R}\mid (x-2)(x-5)<0\}$, 则 $A\cap B=$______.

12. 曲线 $y=x^3$ 在点 $(1,1)$ 处的切线与 x 轴、直线 $x=2$ 所围成的三角形的面积为______.

13. 已知 α、β 均为锐角, 且 $\cos(\alpha+\beta)=\sin(\alpha-\beta)$, 则 $\tan\alpha=$______.

14. 若 $x^2+y^2=4$, 则 $x-y$ 的最大值是______.

15. 若 10 把钥匙中只有 2 把能打开某锁, 则从中任取 2 把能将该锁打开的概率为______.

16. 已知 $A\left(-\frac{1}{2},0\right)$, B 是圆 $F:\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+y^2=4$ (F 为圆心) 上一动点, 线段 AB 的垂直平分线交 BF 于 P, 则动点 P 的轨迹方程为______.

三、解答题

17. 若函数 $f(x)=\dfrac{1+\cos 2x}{2\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}+\sin x+a^2\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的最大值为 $\sqrt{2}+3$, 试确定常数 a 的值.

18. 加工某种零件需经过三道工序, 设第一、二、三道工序的合格率分别为 $\frac{9}{10}$、$\frac{8}{9}$、$\frac{7}{8}$, 且各道工序互不影响.

(1) 求该种零件的合格率;

(2) 从该种零件中任取 3 件, 求恰好取到一件合格品的概率和至少取到一件合格品的概率.

19. 设函数 $f(x)=2x^3-3(a+1)x^2+6ax+8$, 其中 $a\in\mathbf{R}$.

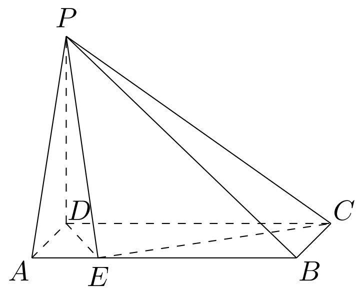
(1) 若 $f(x)$ 在 $x=3$ 处取得极值, 求常数 a 的值;

(2) 若 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上为增函数, 求 a 的取值范围.

20. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, $PD\perp$ 底面 $ABCD$, E 是 AB 上一点, $PE\perp EC$. 已知 $PD=\sqrt{2}$, $CD=2$, $AE=\dfrac{1}{2}$, 求:

(1) 异面直线 PD 与 EC 的距离;

(2) 二面角 $E-PC-D$ 的大小.



21. 已知中心在原点的双曲线 C 的右焦点为 $(2,0)$, 右顶点为 $(\sqrt{3},0)$.

(1) 求双曲线 C 的方程;

(2) 若直线 l: $y=kx+\sqrt{2}$ 与双曲线 C 恒有两个不同的交点 A 和 B, 且 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}>2$ (其中 O 为原点). 求 k 的取值范围.

22. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$ 且 $8a_{n+1}a_n-16a_{n+1}+2a_n+5=0$ $(n\geqslant 1)$. 记 $b_n=\dfrac{1}{a_n-\dfrac{1}{2}}$ $(n\geqslant 1)$.

(1) 求 b_1、b_2、b_3、b_4 的值;

(2) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式及数列 $\{a_nb_n\}$ 的前 n 项和 S_n.