

## 2006 普通高等学校招生考试 (全国卷 I 文)

### 一、选择题

1. 已知向量  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  满足  $|\mathbf{a}| = 1, |\mathbf{b}| = 4$ , 且  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 2$ , 则  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  夹角为 ( )  
 (A)  $\frac{\pi}{6}$  (B)  $\frac{\pi}{4}$  (C)  $\frac{\pi}{3}$  (D)  $\frac{\pi}{2}$
2. 设集合  $M = \{x | x^2 - x < 0\}, N = \{x | |x| < 2\}$ , 则 ( )  
 (A)  $M \cap N = \emptyset$  (B)  $M \cap N = M$  (C)  $M \cup N = M$  (D)  $M \cup N = \mathbf{R}$
3. 已知函数  $y = e^x$  的图象与函数  $y = f(x)$  的图象关于直线  $y = x$  对称, 则 ( )  
 (A)  $f(2x) = e^{2x} (x \in \mathbf{R})$  (B)  $f(2x) = \ln 2 \cdot \ln x (x > 0)$   
 (C)  $f(2x) = 2e^x (x \in \mathbf{R})$  (D)  $f(2x) = \ln x + \ln 2 (x > 0)$
4. 双曲线  $mx^2 + y^2 = 1$  的虚轴长是实轴长的 2 倍, 则  $m =$  ( )  
 (A)  $-\frac{1}{4}$  (B)  $-4$  (C)  $4$  (D)  $\frac{1}{4}$
5. 设  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 若  $S_7 = 35$ , 则  $a_4 =$  ( )  
 (A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5
6. 函数  $f(x) = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  的单调增区间为 ( )  
 (A)  $\left(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2}\right), k \in \mathbf{Z}$  (B)  $(k\pi, (k+1)\pi), k \in \mathbf{Z}$   
 (C)  $\left(k\pi - \frac{3\pi}{4}, k\pi + \frac{\pi}{4}\right), k \in \mathbf{Z}$  (D)  $\left(k\pi - \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{3\pi}{4}\right), k \in \mathbf{Z}$
7. 从圆  $x^2 - 2x + y^2 - 2y + 1 = 0$  外一点  $P(3, 2)$  向这个圆作两条切线, 则两切线夹角的余弦值为 ( )  
 (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{3}{5}$  (C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (D) 0
8.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 若  $a, b, c$  成等比数列, 且  $c = 2a$ , 则  $\cos B =$  ( )  
 (A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{3}{4}$  (C)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (D)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$
9. 已知各顶点都在一个球面上的正四棱柱高为 4, 体积为 16, 则这个球的表面积是 ( )  
 (A)  $16\pi$  (B)  $20\pi$  (C)  $24\pi$  (D)  $32\pi$
10. 在  $\left(x - \frac{1}{2x}\right)^{10}$  的展开式中,  $x^4$  的系数为 ( )  
 (A)  $-120$  (B)  $120$  (C)  $-15$  (D)  $15$
11. 抛物线  $y = -x^2$  上的点到直线  $4x + 3y - 8 = 0$  距离的最小值是 ( )  
 (A)  $\frac{4}{3}$  (B)  $\frac{7}{5}$  (C)  $\frac{8}{5}$  (D) 3

12. 用长度分别为 2, 3, 4, 5, 6 (单位: cm) 的 5 根细木棒围成一个三角形 (允许连接, 但不允许折断), 能够得到的三角形的最大面积为 ( )  
 (A)  $8\sqrt{5} \text{ cm}^2$  (B)  $6\sqrt{10} \text{ cm}^2$  (C)  $3\sqrt{55} \text{ cm}^2$  (D)  $20 \text{ cm}^2$

### 二、填空题

13. 已知函数  $f(x) = a - \frac{1}{2^x + 1}$ , 若  $f(x)$  为奇函数, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.
14. 已知正四棱锥的体积为 12, 底面对角线长为  $2\sqrt{6}$ , 则侧面与底面所成的二面角等于\_\_\_\_\_.
15. 设  $z = 2y - x$ , 式中变量  $x, y$  满足下列条件: 
$$\begin{cases} 2x - y \geq -1, \\ 3x + 2y \leq 23, \\ y \geq 1, \end{cases}$$
 则  $z$  的最大值为\_\_\_\_\_.
16. 安排 7 位工作人员在 5 月 1 日至 5 月 7 日值班, 每人值班一天, 其中甲、乙二人都不安排在 5 月 1 日和 2 日, 不同的安排方法共有\_\_\_\_\_种. (用数字作答)

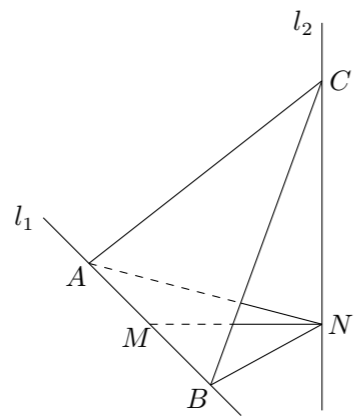
### 三、解答题

17. 已知  $\{a_n\}$  为等比数列,  $a_3 = 2, a_2 + a_4 = \frac{20}{3}$ , 求  $\{a_n\}$  的通项公式.

18.  $\triangle ABC$  的三个内角为  $A, B, C$ , 求当  $A$  为何值时,  $\cos A + 2\cos \frac{B+C}{2}$  取得最大值, 并求出这个最大值.

19.  $A, B$  是治疗同一种疾病的两种药, 用若干试验组进行对比试验. 每个试验组由 4 只小白鼠组成, 其中 2 只服用  $A$ , 另 2 只服用  $B$ , 然后观察疗效. 若在一个试验组中, 服用  $A$  有效的小白鼠的只数比服用  $B$  有效的多, 就称该试验组为甲类组. 设每只小白鼠服用  $A$  有效的概率为  $\frac{2}{3}$ , 服用  $B$  有效的概率为  $\frac{1}{2}$ .  
 (1) 求一个试验组为甲类组的概率;  
 (2) 观察 3 个试验组, 求这 3 个试验组中至少有一个甲类组的概率.

20. 如图,  $l_1, l_2$  是互相垂直的异面直线,  $MN$  是它们的公垂线段. 点  $A, B$  在  $l_1$  上,  $C$  在  $l_2$  上,  $AM = MB = MN$ .
- (1) 证明:  $AC \perp NB$ ;
- (2) 若  $\angle ACB = 60^\circ$ , 求  $NB$  与平面  $ABC$  所成角的余弦值.



21. 设  $P$  是椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$  ( $a > 1$ ) 短轴的一个端点,  $Q$  为椭圆上一个动点, 求  $|PQ|$  的最大值.

22. 设  $a$  为实数, 函数  $f(x) = x^3 - ax^2 + (a^2 - 1)x$  在  $(-\infty, 0)$  和  $(1, +\infty)$  都是增函数, 求  $a$  的取值范围.