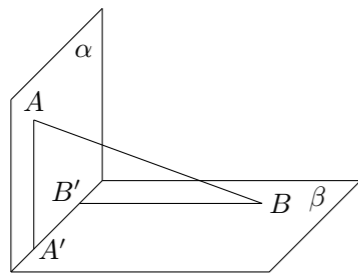


2006 普通高等学校招生考试 (全国卷 II 文)

一、选择题

1. 已知向量 $\mathbf{a} = (4, 2)$, 向量 $\mathbf{b} = (x, 3)$, 且 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 $x =$ ()
 (A) 9 (B) 6 (C) 5 (D) 3
2. 已知集合 $M = \{x \mid x < 3\}$, $N = \{x \mid \log_2 x > 1\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 (A) \emptyset (B) $\{x \mid 0 < x < 3\}$
 (C) $\{x \mid 1 < x < 3\}$ (D) $\{x \mid 2 < x < 3\}$
3. 函数 $y = \sin 2x \cos 2x$ 的最小正周期是 ()
 (A) 2π (B) 4π (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$
4. 如果函数 $y = f(x)$ 的图象与函数 $y = 3 - 2x$ 的图象关于坐标原点对称, 则 $y = f(x)$ 的表达式为 ()
 (A) $y = 2x - 3$ (B) $y = 2x + 3$ (C) $y = -2x + 3$ (D) $y = -2x - 3$
5. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 B, C 在椭圆 $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ 上, 顶点 A 是椭圆的一个焦点, 且椭圆的另外一个焦点在 BC 边上, 则 $\triangle ABC$ 的周长是 ()
 (A) $2\sqrt{3}$ (B) 6 (C) $4\sqrt{3}$ (D) 12
6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = 7, a_4 = 15$, 则前 10 项的和 $S_{10} =$ ()
 (A) 100 (B) 210 (C) 380 (D) 400
7. 如图, 平面 $\alpha \perp$ 平面 β , $A \in \alpha, B \in \beta$, AB 与两平面 α, β 所成的角分别为 $\frac{\pi}{4}$ 和 $\frac{\pi}{6}$. 过 A, B 分别作两平面交线的垂线, 垂足为 A', B' , 若 $AB = 12$, 则 $A'B' =$ ()



- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 9
8. 已知函数 $f(x) = \ln x + 1$ ($x > 0$), 则 $f(x)$ 的反函数为 ()
 (A) $y = e^{x+1}$ ($x \in \mathbf{R}$) (B) $y = e^{x-1}$ ($x \in \mathbf{R}$)
 (C) $y = e^{x+1}$ ($x > 1$) (D) $y = e^{x-1}$ ($x > 1$)
9. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的一条渐近线方程为 $y = \frac{4}{3}x$, 则双曲线的离心率为 ()
 (A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{3}{2}$

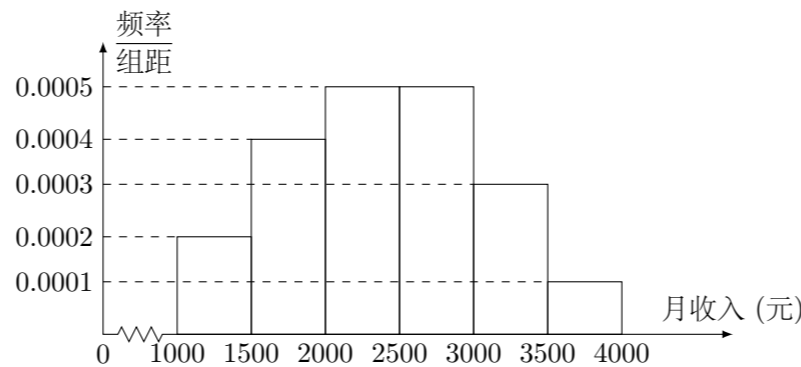
10. 若 $f(\sin x) = 3 - \cos 2x$, 则 $f(\cos x) =$ ()
 (A) $3 - \cos 2x$ (B) $3 - \sin 2x$ (C) $3 + \cos 2x$ (D) $3 + \sin 2x$

11. 过点 $(-1, 0)$ 作抛物线 $y = x^2 + x + 1$ 的切线, 则其中一条切线为 ()
 (A) $2x + y + 2 = 0$ (B) $3x - y + 3 = 0$
 (C) $x + y + 1 = 0$ (D) $x - y + 1 = 0$

12. 5 名志愿者分到 3 所学校支教, 要求每所学校至少去 1 名志愿者, 则不同的分法共有 ()
 (A) 150 种 (B) 180 种 (C) 200 种 (D) 280 种

二、填空题

13. 在 $(x^4 + \frac{1}{x})^{10}$ 的展开式中常数项是_____. (用数字作答)
14. 已知圆 O_1 是半径为 R 的球 O 的小圆, 若圆 O_1 的面积与球 O 的表面积的比值为 $\frac{2}{9}$, 则线段 OO_1 与 R 的比值为_____.
15. 过点 $(1, \sqrt{2})$ 的直线 l 将圆 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 分成两段弧, 当劣弧所对的圆心角最小时, 直线 l 的斜率 $k =$ _____.
16. 一个社会调查机构就某地居民的月收入调查了 10000 人, 并根据所得数据画了样本的频率分布直方图 (如图). 为了分析居民的收入与年龄、学历、职业等方面的关系, 要从这 10000 人中再用分层抽样方法抽出 100 人作进一步调查, 则在 $[2500, 3000)$ (元) 月收入段应抽出_____人.



三、解答题

17. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 45^\circ, AC = \sqrt{10}, \cos C = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.
 (1) 求 BC 边的长;
 (2) 记 AB 的中点为 D , 求中线 CD 的长度.

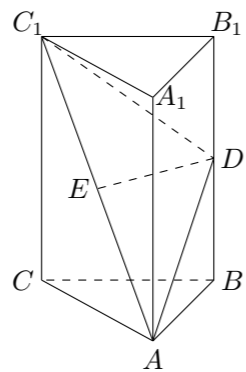
18. 记等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $S_4 = 1, S_8 = 17$, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

19. 某批产品成箱包装, 每箱 5 件, 一用户在购进该批产品前先取出 3 箱, 再从每箱中任意取出 2 件产品进行检验. 设取出的第一, 二, 三箱中分别有 0 件, 1 件, 2 件二等品, 其余为一等品.
 (1) 求抽检的 6 件产品中恰有一件二等品的概率;
 (2) 若抽检的 6 件产品中有 2 件或 2 件以上二等品, 用户就拒绝购买这批产品, 求这批产品被用户拒绝购买的概率.

20. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = BC$, D, E 分别为 BB_1, AC_1 的中点.

(1) 证明: ED 为异面直线 BB_1 与 AC_1 的公垂线;

(2) 设 $AA_1 = AC = \sqrt{2}AB$, 求二面角 $A_1 - AD - C_1$ 的大小.



21. 已知 $a \in \mathbf{R}$, 二次函数 $f(x) = ax^2 - 2x - 2a$. 设不等式 $f(x) > 0$ 的解集为 A , 又知集合 $B = \{x \mid 1 < x < 3\}$. 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求 a 的取值范围.

22. 已知抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点为 F , A, B 是抛物线上的两动点, 且 $\overrightarrow{AF} = \lambda \overrightarrow{FB}$ ($\lambda > 0$). 过 A, B 两点分别作抛物线的切线, 设其交点为 M .

(1) 证明 $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{AB}$ 为定值;

(2) 设 $\triangle ABM$ 的面积为 S , 写出 $S = f(\lambda)$ 的表达式, 并求 S 的最小值.