2006 普通高等学校招生考试 (北京卷理)

一、选择题

1. 在复平面内, 复数 $\dfrac{1+\mathrm{i}}{\mathrm{i}}$ 对应的点位于 ( )

(A) 第一象限　(B) 第二象限　(C) 第三象限　(D) 第四象限

2. 若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}-\vec{c}$ 都是非零向量, 则"$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$"是"$\vec{a}\perp(\vec{b}-\vec{c})$"的( )

(A) 充分而不必要条件　(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件　(D) 既不充分也不必要条件

3. 在 1, 2, 3, 4, 5 这五个数字组成的没有重复数字的三位数中, 各位数字之和为奇数的共有 ( )

(A) 36 个　(B) 24 个　(C) 18 个　(D) 6 个

4. 平面 α 的斜线 AB 交 α 于点 B, 过定点 A 的动直线 l 与 AB 垂直, 且交 α 于点 C, 则动点 C 的轨迹是 ( )

(A) 一条直线　(B) 一个圆　(C) 一个椭圆　(D) 双曲线的一支

5. 已知 $f(x)=\begin{cases}(3a-1)x+4a, & x<1,\\ \log_a x, & x\geqslant 1,\end{cases}$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的减函数, 那么 a 的取值范围是 ( )

(A) $(0,1)$　(B) $\left(0,\dfrac{1}{3}\right)$　(C) $\left[\dfrac{1}{7},\dfrac{1}{3}\right)$　(D) $\left[\dfrac{1}{7},1\right)$

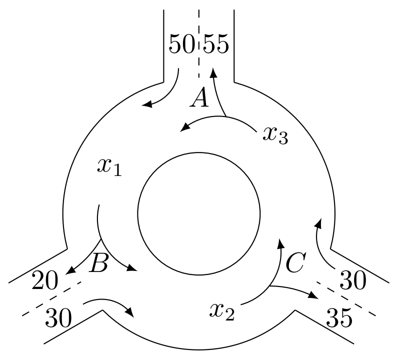
6. 在下列四个函数中, 满足性质: "对于区间 $(1,2)$ 上的任意 x_1, x_2 $(x_1\neq x_2)$, $|f(x_1)-f(x_2)|<|x_2-x_1|$ 恒成立"的只有 ( )

(A) $f(x)=\dfrac{1}{x}$　(B) $f(x)=|x|$　(C) $f(x)=2^x$　(D) $f(x)=x^2$

7. 设 $f(n)=2+2^4+2^7+2^{10}+\cdots+2^{3n+10}$ $(n\in\mathbf{N})$, 则 $f(n)$ 等于 ( )

(A) $\dfrac{2}{7}(8^n-1)$　(B) $\dfrac{2}{7}(8^{n+1}-1)$　(C) $\dfrac{2}{7}(8^{n+3}-1)$　(D) $\dfrac{2}{7}(8^{n+4}-1)$

8. 如图为某三岔路口交通环岛的简化模型, 在某高峰时段, 单位时间进出路口 A, B, C, 的机动车辆数如图所示, 图中 x_1, x_2, x_3 分别表示该时段单位时间通过路段 $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{CA}$ 的机动车辆数 (假设: 单位时间内, 在上述路段中, 同一路段上驶入与驶出的车辆数相等), 则 x_1, x_2, x_3 的大小关系是 ( )



(A) $x_1>x_2>x_3$　(B) $x_1>x_3>x_2$　(C) $x_2>x_3>x_1$　(D) $x_3>x_2>x_1$

二、填空题

9. $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-1}$ 的值等于______.

10. 在 $\left(\sqrt{x}-\dfrac{2}{x}\right)^7$ 的展开式中, x^2 的系数为______. (用数字作答)

11. 若三点 $A(2,2)$, $B(a,0)$, $C(0,b)$ $(ab\neq 0)$ 共线, 则 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ 的值等于______.

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin A:\sin B:\sin C=5:7:8$, 则 $\angle B$ 的大小是______.

13. 已知点 $P(x,y)$ 的坐标满足条件 $\begin{cases}x+y\leqslant 4,\\ y\geqslant x,\\ x\geqslant 1,\end{cases}$ 点 O 为坐标原点, 那么 $|PO|$ 的最小值等于______, 最大值等于______.

14. 已知 A, B, C 三点在球心为 O, 半径为 R 的球面上, $AC\perp BC$, 且 $AB=R$, 那么 A, B 两点的球面距离为______, 球心到平面 ABC 的距离为______.

三、解答题

15. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1-\sqrt{2}\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)}{\cos x}$.

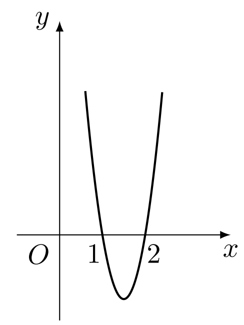
(1) 求 $f(x)$ 的定义域;

(2) 设 α 是第四象限的角, 且 $\tan\alpha=-\dfrac{4}{3}$, 求 $f(\alpha)$ 的值.

16. 已知函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx$ 在点 x_0 处取得极大值 5, 其导函数 $y=f'(x)$ 的图象经过点 $(1,0)$, $(2,0)$, 如图所示, 求:

(1) x_0 的值;

(2) a, b, c 的值.

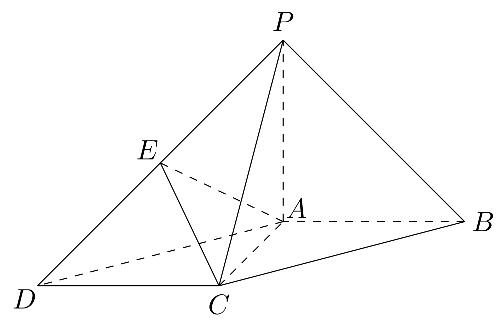


17. 如图, 在底面为平行四边形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB\perp AC$, $PA\perp$ 平面 $ABCD$, 且 $PA=AB$, 点 E 是 PD 的中点.

(1) 求证: $AC\perp PB$;

(2) 求证: $PB\,/\!/$ 平面 AEC;

(3) 求二面角 $E-AC-B$ 的大小.



18. 某公司招聘员工, 指定三门考试课程, 有两种考试方案.

方案一: 考试三门课程, 至少有两门及格为考试通过;

方案二: 在三门课程中, 随机选取两门, 这两门都及格为考试通过.

假设某应聘者对三门指定课程考试及格的概率分别是 a, b, c, 且三门课程考试是否及格相互之间没有影响.

(1) 分别求该应聘者用方案一和方案二时考试通过的概率;

(2) 试比较该应聘者在上述两种方案下考试通过的概率的大小. (说明理由)

19. 已知点 $M(-2,0)$, $N(2,0)$, 动点 P 满足条件 $|PM|-|PN|=2\sqrt{2}$. 记动点 P 的轨迹为 W.

(1) 求 W 的方程;

(2) 若 A, B 是 W 上的不同两点, O 是坐标原点, 求 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ 的最小值.

20. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 若 a_1, a_2 是正整数, 且 $a_n=|a_{n-1}-a_{n-2}|$, $n=3, 4, 5, \cdots$, 则称 $\{a_n\}$ 为"绝对差数列".

(1) 举出一个前五项不为零的"绝对差数列"(只要求写出前十项);

(2) 若"绝对差数列"$\{a_n\}$ 中, $a_{20}=3$, $a_{21}=0$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=a_n+a_{n+1}+a_{n+2}$, $n=1, 2, 3, \cdots$, 分别判断当 $n\to\infty$ 时, a_n 与 b_n 的极限是否存在, 如果存在, 求出其极限值;

(3) 证明: 任何"绝对差数列"中总含有无穷多个为零的项.