2006 普通高等学校招生考试 (天津卷文)

一、选择题

1. 已知集合 $A=\{x\mid -3\leqslant x\leqslant 1\}$, $B=\{x\mid |x|\leqslant 2\}$, 则 $A\cap B=$ ( )

   (A) $\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 1\}$ (B) $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$
   (C) $\{x\mid -3\leqslant x\leqslant 2\}$ (D) $\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 2\}$

2. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1+a_3+a_5=9$, $a_6=9$, 则这个数列的前 6 项和等于 ( )

   (A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 48

3. 设变量 x、y 满足约束条件 $\begin{cases} y\leqslant x, \\ x+y\geqslant 2, \\ y\geqslant 3x-6, \end{cases}$ 则目标函数 $z=2x+y$ 的最小值为 ( )

   (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 9

4. 设 $P=\log_2 3$, $Q=\log_3 2$, $R=\log_2(\log_3 2)$, 则 ( )

   (A) $R<Q<P$ (B) $P<R<Q$ (C) $Q<R<P$ (D) $R<P<Q$

5. 设 α、$\beta\in\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$, 那么"$\alpha<\beta$"是"$\tan\alpha<\tan\beta$"的 ( )

   (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
   (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

6. 函数 $y=\sqrt{x^2+1}+1$ $(x<0)$ 的反函数是 ( )

   (A) $y=\sqrt{x^2-2x}$ $(x<0)$ (B) $y=-\sqrt{x^2-2x}$ $(x<0)$
   (C) $y=\sqrt{x^2-2x}$ $(x>2)$ (D) $y=-\sqrt{x^2-2x}$ $(x>2)$

7. 若 l 为一条直线, α、β、γ 为三个互不重合的平面, 给出下面三个命题:
   ① $\alpha\perp\gamma$, $\beta\perp\gamma\Rightarrow\alpha\perp\beta$;
   ② $\alpha\perp\gamma$, $\beta\parallel\gamma\Rightarrow\alpha\perp\beta$;
   ③ $l\parallel\alpha$, $l\perp\beta\Rightarrow\alpha\perp\beta$.
   其中正确的命题有 ( )

   (A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 3 个

8. 椭圆的中心为点 $E(-1,0)$, 它的一个焦点为 $F(-3,0)$, 相应于焦点 F 的准线方程为 $x=-\dfrac{7}{2}$, 则这个椭圆的方程是 ( )

   (A) $\dfrac{2(x-1)^2}{21}+\dfrac{2y^2}{3}=1$ (B) $\dfrac{2(x+1)^2}{21}+\dfrac{2y^2}{3}=1$
   (C) $\dfrac{(x-1)^2}{5}+y^2=1$ (D) $\dfrac{(x+1)^2}{5}+y^2=1$

9. 已知函数 $f(x)=a\sin x-b\cos x$ (a、b 为常数, $a\neq 0$, $x\in\mathbf{R}$) 的图象关于直线 $x=\dfrac{\pi}{4}$ 对称, 则函数 $y=f\left(\dfrac{3\pi}{4}-x\right)$ 是 ( )

   (A) 偶函数且它的图象关于点 $(\pi,0)$ 对称
   (B) 偶函数且它的图象关于点 $\left(\dfrac{3\pi}{2},0\right)$ 对称
   (C) 奇函数且它的图象关于点 $\left(\dfrac{3\pi}{2},0\right)$ 对称
   (D) 奇函数且它的图象关于点 $(\pi,0)$ 对称

10. 如果函数 $f(x)=a^x(a^x-3a^2-1)$ $(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上是增函数, 那么实数 a 的取值范围是 ( )

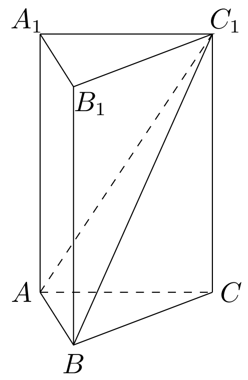
    (A) $\left(0,\dfrac{2}{3}\right]$ (B) $\left[\dfrac{\sqrt{3}}{3},1\right)$ (C) $(1,\sqrt{3}]$ (D) $\left[\dfrac{3}{2},+\infty\right)$

二、填空题

11. $\left(x+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^7$ 的二项展开式中 x 的系数是______. (用数字作答)

12. 设向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 θ, 且 $\boldsymbol{a}=(3,3)$, $2\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}=(-1,1)$, 则 $\cos\theta=$______.

13. 如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=1$. 若二面角 $C-AB-C_1$ 的大小为 $60°$, 则点 C 到平面 ABC_1 的距离为______.



14. 若半径为 1 的圆分别与 y 轴的正半轴和射线 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$ $(x\geqslant 0)$ 相切, 则这个圆的方程为______.

15. 某公司一年购买某种货物 400 吨, 每次都购买 x 吨, 运费为 4 万元/次, 一年的总存储费用为 $4x$ 万元, 要使一年的总运费与总存储费用之和最小, 则 $x=$______吨.

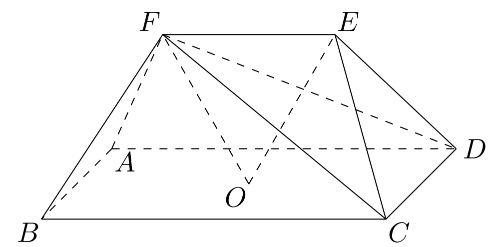
16. 用数字 0、1、2、3、4 组成没有重复数字的五位数, 则其中数字 1、2 相邻的偶数有______个. (用数字作答)

三、解答题

17. 已知 $\tan\alpha+\cot\alpha=\dfrac{5}{2}$, $\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right)$, 求 $\cos 2\alpha$ 和 $\sin\left(2\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的值.

18. 甲、乙两台机床相互没有影响地生产某种产品, 甲机床产品的正品率是 0.9, 乙机床产品的正品率是 0.95.
    (1) 从甲机床生产的产品中任取 3 件, 求其中恰有 2 件正品的概率 (用数字作答);
    (2) 从甲、乙两台机床生产的产品中各任取 1 件, 求其中至少有 1 件正品的概率 (用数字作答).

19. 如图, 在五面体 $ABCDEF$ 中, 点 O 是矩形 $ABCD$ 的对角线的交点, 面 CDE 是等边三角形, 棱 $EF\parallel BC$ 且 $EF=\dfrac{1}{2}BC$.
    (1) 证明: $FO\parallel$ 平面 CDE;
    (2) 设 $BC=\sqrt{3}CD$, 证明: $EO\perp$ 平面 CDF.



20. 已知函数 $f(x)=4x^3-3x^2\cos\theta+\dfrac{1}{32}$, 其中 $x\in\mathbf{R}$, θ 为参数, 且 $0\leqslant\theta\leqslant\dfrac{\pi}{2}$.

(1) 当 $\cos\theta=0$ 时, 判断函数 $f(x)$ 是否有极值;

(2) 要使函数 $f(x)$ 的极小值大于零, 求参数 θ 的取值范围;

(3) 若对 (2) 中所求的取值范围内的任意参数 θ, 函数 $f(x)$ 在区间 $(2a-1,a)$ 内都是增函数, 求实数 a 的取值范围.

21. 已知数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_1=x_2=1$, 并且 $\dfrac{x_{n+1}}{x_n}=\lambda\dfrac{x_n}{x_{n-1}}$ (λ 为非零参数, $n=2,3,4,\cdots$).

(1) 若 x_1, x_3, x_5 成等比数列, 求参数 λ 的值;

(2) 设 $0<\lambda<1$, 常数 $k\in\mathbf{N}^*$ 且 $k\geqslant 3$, 证明: $\dfrac{x_{1+k}}{x_1}+\dfrac{x_{2+k}}{x_2}+\cdots+\dfrac{x_{n+k}}{x_n}<\dfrac{\lambda^k}{1-\lambda^k}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$.

22. 如图, 双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$, F_1、F_2 分别为左、右焦点, M 为左准线与渐近线在第二象限内的交点, 且 $\overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{F_2M}=-\dfrac{1}{4}$.

(1) 求双曲线的方程;

(2) 设 $A(m,0)$ 和 $B\left(\dfrac{1}{m},0\right)$ $(0<m<1)$ 是 x 轴上的两点. 过点 A 作斜率不为 0 的直线 l, 使得 l 交双曲线于 C、D 两点, 作直线 BC 交双曲线于另一点 E. 证明: 直线 DE 垂直于 x 轴.