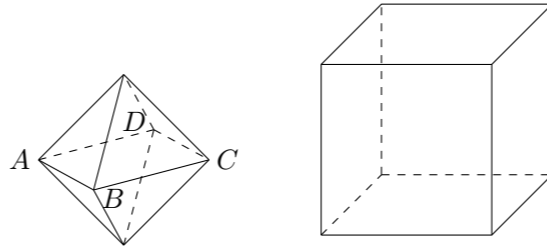


2006 普通高等学校招生考试 (江苏卷)

一、选择题

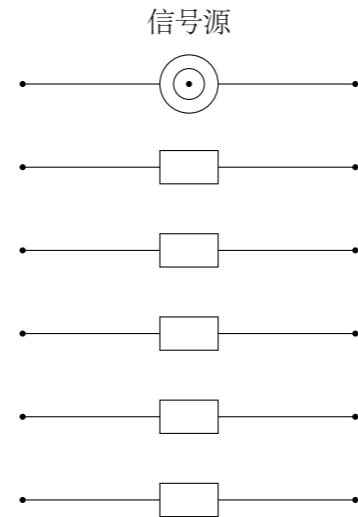
- 已知 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = \sin x - |a|$, $x \in \mathbf{R}$ 为奇函数, 则 $a =$ ()
 (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) ± 1
- 圆 $(x-1)^2 + (y+\sqrt{3})^2 = 1$ 的切线方程中有一个是 ()
 (A) $x-y=0$ (B) $x+y=0$ (C) $x=0$ (D) $y=0$
- 某人 5 次上班途中所花的时间 (单位: 分钟) 分别为 $x, y, 10, 11, 9$. 已知这组数据的平均数为 10, 方差为 2, 则 $|x-y|$ 的值为 ()
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- 为了得到函数 $y = 2\sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right)$, $x \in \mathbf{R}$ 的图象, 只需把函数 $y = 2\sin x$, $x \in \mathbf{R}$ 的图象上所有的点 ()
 (A) 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再把所得各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{3}$ 倍 (纵坐标不变)
 (B) 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再把所得各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{3}$ 倍 (纵坐标不变)
 (C) 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再把所得各点的横坐标伸长到原来的 3 倍 (纵坐标不变)
 (D) 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再把所得各点的横坐标伸长到原来的 3 倍 (纵坐标不变)
- $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{3x}\right)^{10}$ 的展开式中含 x 的正整数指数幂的项数是 ()
 (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6
- 已知两点 $M(-2, 0), N(2, 0)$, 点 P 为坐标平面内的动点, 满足 $|\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{MP}| + \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{NP} = 0$, 则动点 $P(x, y)$ 的轨迹方程为 ()
 (A) $y^2 = 8x$ (B) $y^2 = -8x$ (C) $y^2 = 4x$ (D) $y^2 = -4x$
- 若 A, B, C 为三个集合, $A \cup B = B \cap C$, 则一定有 ()
 (A) $A \subseteq C$ (B) $C \subseteq A$ (C) $A \neq C$ (D) $A \neq \emptyset$
- 设 a, b, c 是互不相等的正数, 则下列不等式中不恒成立的是 ()
 (A) $|a-b| \leq |a-c| + |b-c|$
 (B) $a^2 + \frac{1}{a^2} \geq a + \frac{1}{a}$
 (C) $|a-b| + \frac{1}{a-b} \geq 2$
 (D) $\sqrt{a+3} - \sqrt{a+1} \leq \sqrt{a+2} - \sqrt{a}$

- 两个相同的正四棱锥组成如图所示的几何体, 可放入棱长为 1 的正方体内, 使正四棱锥的底面 $ABCD$ 与正方体的某一个平面平行, 且各顶点均在正方体的面上, 则这样的几何体体积的可能值有 ()



- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 无穷多个

- 图中有一个信号源和五个接收器. 接收器与信号源在同一个串联线路中时, 就能接收到信号, 否则就不能接收到信号. 若将图中左端的六个接线点随机地平均分成三组, 将右端的六个接线点也随机地平均分成三组, 再把所有六组中每组的两个接线点用导线连接, 则这五个接收器能同时接收到信号的概率是 ()



- (A) $\frac{4}{45}$ (B) $\frac{1}{36}$ (C) $\frac{4}{15}$ (D) $\frac{8}{15}$

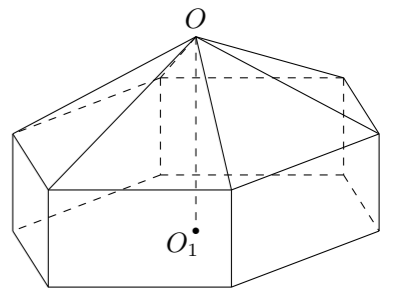
二、填空题

- 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $BC = 12, A = 60^\circ, B = 45^\circ$, 则 $AC =$ _____.
- 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x - y \leq 2, \\ x - y \geq -1, \\ x + y \geq 1, \end{cases}$ 则 $z = 2x + 3y$ 的最大值为_____.
- 今有 2 个红球, 3 个黄球, 4 个白球, 同色球不加以区分, 将这 9 个球排成一列有种不同的方法_____. (用数字作答)
- $\cot 20^\circ \cos 10^\circ + \sqrt{3} \sin 10^\circ \tan 70^\circ - 2 \cos 40^\circ =$ _____.
- 对正整数 n , 设曲线 $y = x^n(1-x)$ 在 $x = 2$ 处的切线与 y 轴交点的纵坐标为 a_n , 则数列 $\left\{\frac{a_n}{n+1}\right\}$ 的前 n 项和的公式是_____.
- 不等式 $\log_2\left(x + \frac{1}{x} + 6\right) \leq 3$ 的解集为_____.

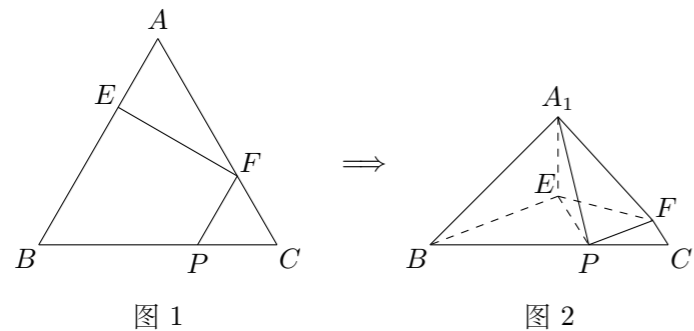
三、解答题

- 已知三点 $P(5, 2), F_1(-6, 0), F_2(6, 0)$.
 (1) 求以 F_1, F_2 为焦点且过点 P 的椭圆的标准方程;
 (2) 设点 P, F_1, F_2 关于直线 $y = x$ 的对称点分别为 P', F_1', F_2' , 求以 F_1', F_2' 为焦点且过点 P' 的双曲线的标准方程.

- 请您设计一个帐篷. 它下部的形状是高为 1 m 的正六棱柱, 上部的形状是侧棱长为 3 m 的正六棱锥 (如图所示). 试问当帐篷的顶点 O 到底面中心 O_1 的距离为多少时, 帐篷的体积最大?



19. 在正三角形 ABC 中, E 、 F 、 P 分别是 AB 、 AC 、 BC 边上的点, 满足 $AE : EB = CF : FA = CP : PB = 1 : 2$ (如图 1). 将 $\triangle AEF$ 沿 EF 折起到 $\triangle A_1EF$ 的位置, 使二面角 $A_1 - EF - B$ 成直二面角, 连接 A_1B 、 A_1P (如图 2).
- (1) 求证: $A_1E \perp$ 平面 BEP ;
- (2) 求直线 A_1E 与平面 A_1BP 所成角的大小;
- (3) 求二面角 $B - A_1P - F$ 的大小. (用反三角函数表示)



20. 设 a 为实数, 设函数 $f(x) = a\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ 的最大值为 $g(a)$.
- (1) 设 $t = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$, 求 t 的取值范围, 并把 $f(x)$ 表示为 t 的函数 $m(t)$;
- (2) 求 $g(a)$;
- (3) 试求满足 $g(a) = g\left(\frac{1}{a}\right)$ 的所有实数 a .
21. 设数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ 满足: $b_n = a_n - a_{n+2}$, $c_n = a_n + 2a_{n+1} + 3a_{n+2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), 证明: $\{a_n\}$ 为等差数列的充分必要条件是 $\{c_n\}$ 为等差数列且 $b_n \leq b_{n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$).