

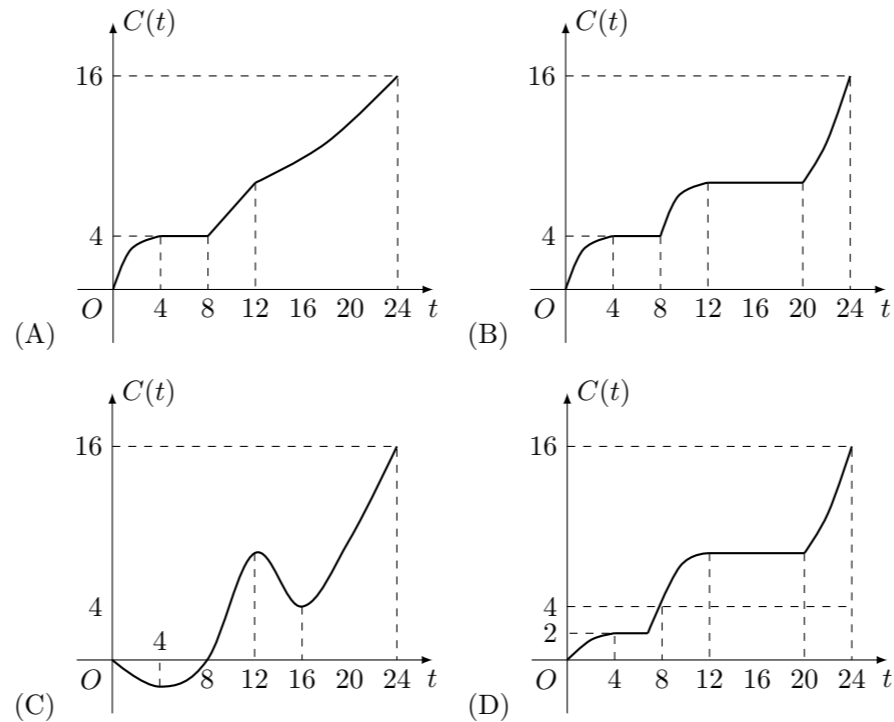
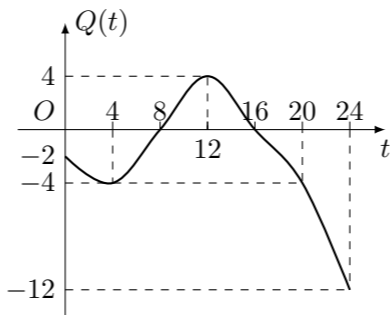
2006 普通高等学校招生考试 (江西卷文)

一、选择题

- 已知集合 $P = \{x | x(x-1) \geq 0\}$, $Q = \left\{x \mid \frac{1}{x-1} > 0\right\}$, 则 $P \cap Q$ 等于
(A) \emptyset (B) $\{x | x \geq 1\}$
(C) $\{x | x > 1\}$ (D) $\{x | x \geq 1 \text{ 或 } x < 0\}$
- 函数 $y = 4 \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$ 的最小正周期为
(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) 4π
- 在各项均不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_{n+1} - a_n^2 + a_{n-1} = 0$ ($n \geq 2$), 则 $S_{2n-1} - 4n =$
(A) -2 (B) 0 (C) 1 (D) 2
- 下列四个条件中, p 是 q 的必要不充分条件的是
(A) $p: a > b, q: a^2 > b^2$
(B) $p: a > b, q: 2^a > 2^b$
(C) $p: ax^2 + by^2 = c$ 为双曲线, $q: ab < 0$
(D) $p: ax^2 + bx + c > 0, q: \frac{c}{x^2} + \frac{b}{x} + a > 0$
- 对于 \mathbf{R} 上可导的任意函数 $f(x)$, 若满足 $(x-1)f'(x) \geq 0$, 则必有
(A) $f(0) + f(2) < 2f(1)$ (B) $f(0) + f(2) \leq 2f(1)$
(C) $f(0) + f(2) \geq 2f(1)$ (D) $f(0) + f(2) > 2f(1)$
- 若不等式 $x^2 + ax + 1 \geq 0$ 对一切 $x \in \left(0, \frac{1}{2}\right]$ 成立, 则 a 的最小值为
(A) 0 (B) -2 (C) $-\frac{5}{2}$ (D) -3
- 在 $\left(\sqrt{x} + \frac{2}{x}\right)^n$ 的二项展开式中, 若常数项为 60 , 则 n 等于
(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12
- 袋中有 40 个小球, 其中红色球 16 个、蓝色球 12 个、白色球 8 个、黄色球 4 个, 从中随机抽取 10 个球作成一样本, 则这个样本恰好是按分层抽样方法得到的概率为
(A) $\frac{C_4^1 C_8^2 C_{12}^3 C_{16}^4}{C_{40}^{10}}$ (B) $\frac{C_4^2 C_8^3 C_{12}^3 C_{16}^4}{C_{40}^{10}}$
(C) $\frac{C_4^2 C_8^3 C_{12}^1 C_{16}^4}{C_{40}^{10}}$ (D) $\frac{C_4^1 C_8^3 C_{12}^4 C_{16}^2}{C_{40}^{10}}$
- 如果四棱锥的四条侧棱都相等, 就称它为“等腰四棱锥”, 四条侧棱称为它的腰. 以下 4 个命题中, 假命题的是
(A) 等腰四棱锥的腰与底面所成的角都相等

- (B) 等腰四棱锥的侧面与底面所成的二面角都相等或互补
(C) 等腰四棱锥的底面四边形必存在外接圆
(D) 等腰四棱锥的各顶点必在同一球面上

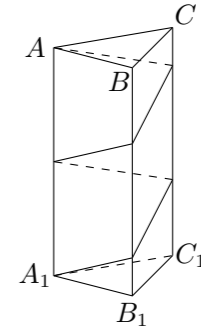
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $\vec{OB} = a_1 \vec{OA} + a_{200} \vec{OC}$, 且 A, B, C 三点共线 (该直线不过点 O), 则 S_{200} 等于
(A) 100 (B) 101 (C) 200 (D) 201
- P 为双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的右支上一点, M, N 分别是圆 $(x+5)^2 + y^2 = 4$ 和 $(x-5)^2 + y^2 = 1$ 上的点, 则 $|PM| - |PN|$ 的最大值为
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9
- 某地一天内的气温 $Q(t)$ (单位: $^{\circ}\text{C}$) 与时刻 t (单位: 时) 之间的关系如图所示, 令 $C(t)$ 表示时间段 $[0, t]$ 内的温差 (即时间段 $[0, t]$ 内的最高气温与最低气温的差). $C(t)$ 与 t 之间的函数关系用下列图象表示, 则正确的图象大致是



二、填空题

- 已知向量 $\vec{a} = (1, \sin \theta)$, $\vec{b} = (1, \cos \theta)$, 则 $|\vec{a} - \vec{b}|$ 的最大值为_____.
- 设 $f(x) = \log_3(x+6)$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 若 $[f^{-1}(m)+6] \cdot [f^{-1}(n)+6] = 27$, 则 $f(m+n) =$ _____.

- 如图, 已知正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的底面边长为 1 , 高为 8 , 一质点自 A 点出发, 沿着三棱柱的侧面绕行两周到达 A_1 点的最短路线长为_____.



- 已知 F_1, F_2 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$ 且 $a \neq b$) 的两个焦点, P 为双曲线右支上异于顶点的任意一点, 点 O 为坐标原点. 下面四个命题:
① $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆的圆心必在直线 $x = a$ 上;
② $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆的圆心必在直线 $x = b$ 上;
③ $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆的圆心必在直线 OP 上;
④ $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆必通过点 $(a, 0)$.
其中真命题的代号是_____ (写出所有真命题的代号)

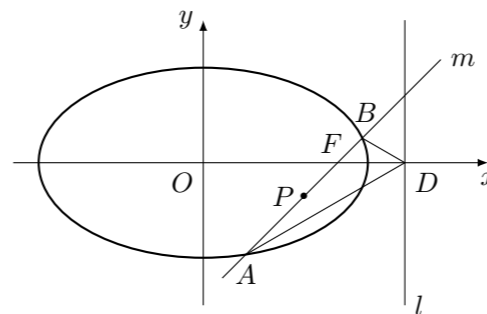
三、解答题

- 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 在 $x = -\frac{2}{3}$ 与 $x = 1$ 时都取得极值.
(1) 求 a, b 的值与函数 $f(x)$ 的单调区间;
(2) 若对 $x \in [-1, 2]$, 不等式 $f(x) < c^2$ 恒成立, 求 c 的取值范围.

- 某商场举行抽奖促销互动, 抽奖规则是: 从装有 9 个白球、 1 个红球的箱子中每次随机地摸出一个球, 记下颜色后放回, 摸出一个红球可获得二等奖; 摸出两个红球可获得一等奖. 现有甲、乙两位顾客, 规定: 甲摸一次, 乙摸两次. 求:
(1) 甲、乙两人都没有中奖的概率;
(2) 甲、两人中至少有一人获二等奖的概率.

19. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $\sin A = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.
- (1) 求 $\tan^2 \frac{B+C}{2} + \sin^2 \frac{A}{2}$ 的值;
 - (2) 若 $a = 2, S_{\triangle ABC} = \sqrt{2}$, 求 b 的值.

21. 如图, 椭圆 $Q: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 $F(c, 0)$, 过点 F 的一动直线 m 绕点 F 转动, 并且交椭圆于 A, B 两点, P 为线段 AB 的中点.
- (1) 求点 P 的轨迹 H 的方程;
 - (2) 在 Q 的方程中, 令 $a^2 = 1 + \cos \theta + \sin \theta, b^2 = \sin \theta (0 < \theta \leq \frac{\pi}{2})$, 设轨迹 H 的最高点和最低点分别为 M 和 N . 当 θ 为何值时, $\triangle MNF$ 为一个正三角形?



22. 已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 3$, 且 $\frac{2a_{n+1} - a_n}{2a_n - a_{n+1}} = a_n a_{n+1}, n \in \mathbf{N}^*$.
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 - (2) 设 $S_n = a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2, T_n = \frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \dots + \frac{1}{a_n^2}$, 求 $S_n + T_n$, 并确定最小正整数 n , 使 $S_n + T_n$ 为整数.

20. 如图, 已知三棱锥 $O-ABC$ 的侧棱 OA, OB, OC 两两垂直, 且 $OA = 1, OB = OC = 2, E$ 是 OC 的中点.
- (1) 求 O 点到面 ABC 的距离;
 - (2) 求异面直线 BE 与 AC 所成的角;
 - (3) 求二面角 $E-AB-C$ 的大小.

