2006 普通高等学校招生考试 (浙江卷理)

一、选择题

1. 设集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$, $B=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 4\}$, 则 $A\cap B=$ ( )

(A) $[0,2]$ (B) $[1,2]$ (C) $[0,4]$ (D) $[1,4]$

2. 已知 $\dfrac{m}{1+\mathrm{i}}=1-n\mathrm{i}$, 其中 m, n 是实数, i 是虚数单位, 则 $m+n\mathrm{i}=$ ( )

(A) $1+2\mathrm{i}$ (B) $1-2\mathrm{i}$ (C) $2+\mathrm{i}$ (D) $2-\mathrm{i}$

3. 已知 $0<a<1$, $\log_a m<\log_a n<0$, 则 ( )

(A) $1<n<m$ (B) $1<m<n$ (C) $m<n<1$ (D) $n<m<1$

4. 在平面直角坐标系中, 不等式组 $\begin{cases}x+y-2\geqslant 0,\\ x-y+2\geqslant 0,\\ x\leqslant 2\end{cases}$ 表示的平面区域的面积是 ( )

(A) $4\sqrt{2}$ (B) 4 (C) $2\sqrt{2}$ (D) 2

5. 若双曲线 $\dfrac{x^2}{m}-y^2=1$ 上的点到左准线的距离是到左焦点距离的 $\dfrac{1}{3}$, 则 $m=$ ( )

(A) $\dfrac{1}{2}$ (B) $\dfrac{3}{2}$ (C) $\dfrac{1}{8}$ (D) $\dfrac{9}{8}$

6. 函数 $y=\dfrac{1}{2}\sin 2x+\sin^2 x$, $x\in\mathbf{R}$ 的值域是 ( )

(A) $\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}\right]$ (B) $\left[-\dfrac{3}{2},\dfrac{1}{2}\right]$

(C) $\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}\right]$ (D) $\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{1}{2}\right]$

7. “$a>b>0$”是“$ab<\dfrac{a^2+b^2}{2}$”的 ( )

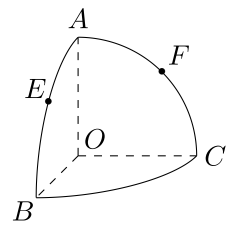
(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

8. 若多项式 $x^2+x^{10}=a_0+a_1(x+1)+\cdots+a_9(x+1)^9+a_{10}(x+1)^{10}$, 则 $a_9=$ ( )

(A) 9 (B) 10 (C) -9 (D) -10

9. 如图, O 是半径为 1 的球心, 点 A, B, C 在球面上, OA, OB, OC 两两垂直, E, F 分别是大圆弧 $\overset{\frown}{AB}$ 与 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点, 则点 E, F 在该球面上的球面距离是 ( )



(A) $\dfrac{\pi}{4}$ (B) $\dfrac{\pi}{3}$ (C) $\dfrac{\pi}{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{2}\pi}{4}$

10. 函数 f: $|1,\ 2,\ 3|\to|1,\ 2,\ 3|$ 满足 $f(f(x))=f(x)$, 则这样的函数个数共有 ( )

(A) 1 个 (B) 4 个 (C) 8 个 (D) 10 个

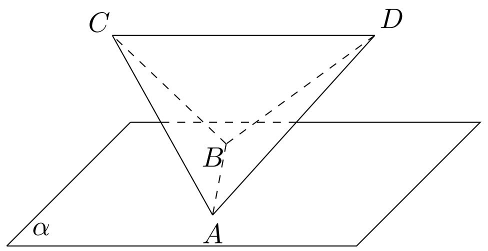
二、填空题

11. 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_5=10$, $S_{10}=-5$, 则公差为______. (用数字作答)

12. 对 $a,b\in\mathbf{R}$, 记 $\max\{a,b\}=\begin{cases}a, & a\geqslant b,\\ b, & a<b,\end{cases}$ 函数 $f(x)=\max\{|x+1|,\ |x-2|\}$ $(x\in\mathbf{R})$ 的最小值是______.

13. 设向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, 满足 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$, $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$, 若 $|\boldsymbol{a}|=1$, 则 $|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2+|\boldsymbol{c}|^2$ 的值是______.

14. 正四面体 $ABCD$ 的棱长为 1, 棱 $AB\parallel$ 平面 α, 则正四面体上的所有点在平面 α 内的射影构成的图形面积的取值范围是______.

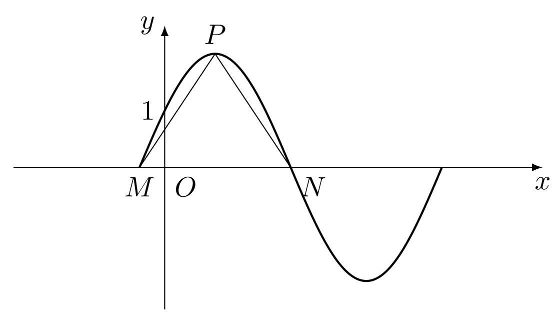


三、解答题

15. 如图, 函数 $y=2\sin(\pi x+\varphi)$, $x\in\mathbf{R}$, $\left(\text{其中 } 0\leqslant\varphi\leqslant\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的图象与 y 轴交于点 $(0,1)$.

(1) 求 φ 的值;

(2) 设 P 是图象上的最高点, M, N 是图象与 x 轴的交点, 求 $\overrightarrow{PM}$ 与 $\overrightarrow{PN}$ 的夹角.



16. 设 $f(x)=3ax^2+2bx+c$. 若 $a+b+c=0$, $f(0)>0$, $f(1)>0$, 求证:

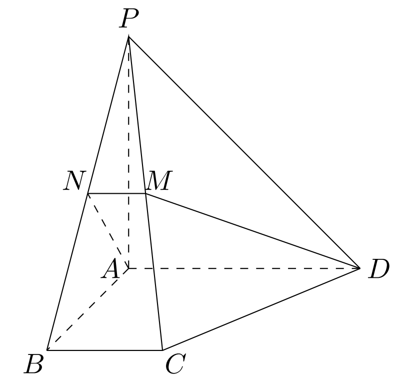
(1) $a>0$ 且 $-2<\dfrac{b}{a}<-1$;

(2) 方程 $f(x)=0$ 在 $(0,1)$ 内有两个实根.

17. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面为直角梯形, $AD\parallel BC$, $\angle BAD=90^\circ$, $PA\perp$ 底面 $ABCD$, 且 $PA=AD=AB=2BC$, M, N 分别为 PC, PB 的中点.

(1) 求证: $PB\perp DM$;

(2) 求 CD 与平面 $ADMN$ 所成的角.



18. 甲, 乙两袋装有大小相同的红球和白球, 甲袋装有 2 个红球, 2 个白球, 乙袋装有 2 个红球, n 个白球. 现从甲, 乙两袋中各任取 2 个球.

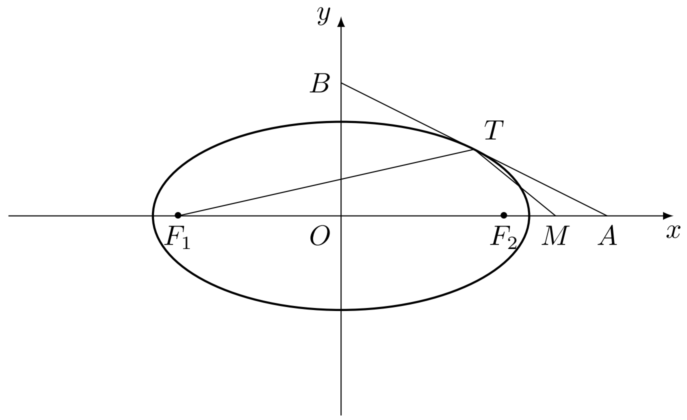
(1) 若 $n=3$, 求取到的 4 个球全是红球的概率;

(2) 若取到的 4 个球中至少有 2 个红球的概率为 $\dfrac{3}{4}$, 求 n.

19. 如图, 椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b}=1$ $(a>b>0)$ 与过点 A $(2,0)$, B $(0,1)$ 的直线有且只有一个公共点 T, 且椭圆的离心率 $e=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求椭圆方程;

(2) 设 F_1, F_2 分别为椭圆的左、右焦点, M 为线段 AF_2 的中点, 求证: $\angle ATM=\angle AF_1T$.



20. 已知函数 $f(x)=x^3+x^2$, 数列 $\{x_n\}$ $(x_n>0)$ 的第一项 $x_1=1$, 以后各项按如下方式取定: 曲线 $y=f(x)$ 在 $(x_{n+1},f(x_{n+1}))$ 处的切线与经过 $(0,0)$ 和 $(x_n,f(x_n))$ 两点的直线平行 (如图). 求证: 当 $n\in\mathbf{N}^*$ 时,

(1) $x_n^2+x_n=3x_{n+1}^2+2x_{n+1}$;

(2) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}\leqslant x_n\leqslant\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-2}$.