2006 普通高等学校招生考试 (辽宁卷文)

一、选择题

1. 函数 $y=\sin\left(\frac{1}{2}x+3\right)$ 的最小正周期是 ( )

(A) $\frac{\pi}{2}$　(B) π　(C) 2π　(D) 4π

2. 设集合 $A=\{1,2\}$, 则满足 $A\cup B=\{1,2,3\}$ 的集合 B 的个数是 ( )

(A) 1　(B) 3　(C) 4　(D) 8

3. 设 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的任意函数, 则下列叙述正确的是 ( )

(A) $f(x)f(-x)$ 是奇函数　(B) $f(x)|f(-x)|$ 是奇函数

(C) $f(x)+f(-x)$ 是偶函数　(D) $f(x)-f(-x)$ 是偶函数

4. $C_6^1+C_6^2+C_6^3+C_6^4+C_6^5$ 的值为 ( )

(A) 61　(B) 62　(C) 63　(D) 64

5. 方程 $2x^2-5x+2=0$ 的两个根可分别作为 ( )

(A) 一个椭圆和一双曲线的离心率　(B) 两抛物线的离心率

(C) 一个椭圆和一抛物线的离心率　(D) 两椭圆的离心率

6. 给出下列四个命题:

① 垂直于同一直线的两条直线互相平行;

② 垂直于同一平面的两个平面互相平行;

③ 若直线 l_1, l_2 与同一平面所成的角相等, 则 l_1, l_2 互相平行;

④ 若直线 l_1, l_2 是异面直线, 则与 l_1, l_2 都相交的两条直线是异面直线.

其中假命题的个数是 ( )

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4

7. 双曲线 $x^2-y^2=4$ 的两条渐近线与直线 $x=3$ 围成一个三角形区域, 表示该区域的不等式组是 ( )

(A) $\begin{cases}x-y\geqslant 0,\\x+y\geqslant 0,\\0\leqslant x\leqslant 3.\end{cases}$　(B) $\begin{cases}x-y\geqslant 0,\\x+y\leqslant 0,\\0\leqslant x\leqslant 3.\end{cases}$　(C) $\begin{cases}x-y\leqslant 0,\\x+y\leqslant 0,\\0\leqslant x\leqslant 3.\end{cases}$　(D) $\begin{cases}x-y\leqslant 0,\\x+y\geqslant 3,\\0\leqslant x\leqslant 3.\end{cases}$

8. 设 $\oplus$ 是 $\mathbf{R}$ 上的一个运算, A 是 $\mathbf{R}$ 的非空子集, 若对任意 a, $b\in A$, 有 $a\oplus b\in A$, 则称 A 对运算 $\oplus$ 封闭. 下列数集对加法、减法、乘法和除法 (除数不等于零) 四则运算都封闭的是 ( )

(A) 自然数集　(B) 整数集　(C) 有理数集　(D) 无理数集

9. $\triangle ABC$ 的三内角 A, B, C, 所对边的长分别为 a, b, c, 设向量 $\vec{p}=(a+c,b)$、$\vec{q}=(b-a,c-a)$. 若 $\vec{p}\parallel\vec{q}$, 则角 C 的大小为 ( )

(A) $\frac{\pi}{6}$　(B) $\frac{\pi}{3}$　(C) $\frac{\pi}{2}$　(D) $\frac{2\pi}{3}$

10. 已知等腰 $\triangle ABC$ 的腰为底的 2 倍, 则顶角 A 的正切值是 ( )

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$　(B) $\sqrt{3}$　(C) $\frac{\sqrt{15}}{8}$　(D) $\frac{\sqrt{15}}{7}$

11. 与方程 $y=e^{2x}-2e^x+1$ $(x\geqslant 0)$ 的曲线关于直线 $y=x$ 对称的曲线方程为 ( )

(A) $y=\ln(1+\sqrt{x})$　(B) $y=\ln(1-\sqrt{x})$

(C) $y=-\ln(1+\sqrt{x})$　(D) $y=-\ln(1-\sqrt{x})$

12. 曲线 $\frac{x^2}{10-m}+\frac{y^2}{6-m}=1$ $(m<6)$ 与曲线 $\frac{x^2}{5-n}+\frac{y^2}{9-n}=1$ $(5<n<9)$ 的 ( )

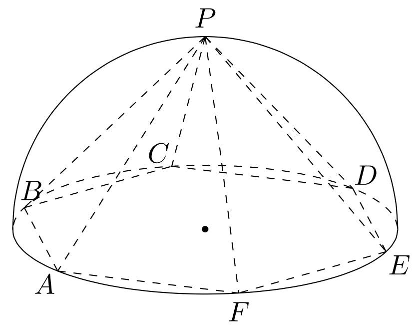
(A) 离心率相等　(B) 焦距相等　(C) 焦点相同　(D) 准线相同

二、填空题

13. 方程 $\log_2(x-1)=2-\log_2(x+1)$ 的解为______.

14. 设 $g(x)=\begin{cases}e^x, & x\leqslant 0,\\ \ln x, & x>0,\end{cases}$ 则 $g\left(g\left(\frac{1}{2}\right)\right)=$______.

15. 如图, 半径为 2 的半球内有一内接正六棱锥 $P-ABCDEF$, 则此正六棱锥的侧面积是______.



16. 5 名乒乓球队员中, 有 2 名老队员和 3 名新队员. 现从中选出 3 名队员排成 1、2、3 号参加团体比赛, 则入选的 3 名队员中至少有 1 名老队员, 且 1、2 号中至少有 1 名新队员的排列方法有______种. (以数作答)

三、解答题

17. 已知函数 $f(x)=\sin^2x+2\sin x\cos x+3\cos^2x$, $x\in\mathbf{R}$. 求:

(1) 函数 $f(x)$ 的最大值及取得最大值的自变量 x 的集合;

(2) 函数 $f(x)$ 的单调增区间.

18. 甲、乙两班各派 2 名同学参加年级数学竞赛, 参赛同学成绩及格的概率都为 0.6, 且参赛同学的成绩相互之间没有影响. 求:

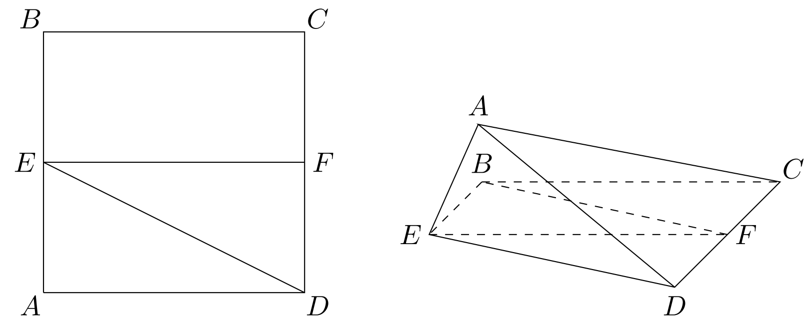
(1) 甲、乙两班参赛同学中各有 1 名同学成绩及格的概率;

(2) 甲、乙两班参赛同学中至少有 1 名同学成绩及格的概率.

19. 已知正方形 $ABCD$, E、F 分别是边 AB、CD 的中点, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起, 如图所示, 记二面角 $A-DE-C$ 的大小为 θ $(0<\theta<\pi)$.

(1) 证明: $BF\parallel$ 平面 ADE;

(2) 若 $\triangle ACD$ 为正三角形, 试判断点 A 在平面 $BCDE$ 内的射影 G 是否在直线 EF 上, 证明你的结论, 并求角 θ 的余弦值.



20. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n=pn^2-2n+q$ (p, $q\in\mathbf{R}$), $n\in\mathbf{N}_+$.

(1) 求 q 的值;

(2) 若 a_1 与 a_5 的等差中项为 18, b_n 满足 $a_n=2\log_2 b_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

21. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{3}ax^3+(a+d)x^2+(a+2d)x+d$, $g(x)=ax^2+2(a+2d)x+a+4d$, 其中 $a>0$, $d>0$, 设 x_0 为 $f(x)$ 的极小值点, x_1 为 $g(x)$ 的极值点, $g(x_2)=g(x_3)=0$, 并且 $x_2<x_3$. 将点 $(x_0,f(x_0))$, $(x_1,g(x_1))$, $(x_2,0)$, $(x_3,0)$ 依次记为 A, B, C, D.

(1) 求 x_0 的值;

(2) 若四边形 $APCD$ 为梯形且面积为 1, 求 a, d 的值.

22. 已知点 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$ (x_1, $x_2\neq 0$) 是抛物线 $y^2=2px$ ($p>0$) 上的两个动点, O 是坐标原点, 向量 $\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$ 满足 $\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right|=\left|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}\right|$. 设圆 C 的方程为 $x^2+y^2-(x_1+x_2)x-(y_1+y_2)y=0$.

(1) 证明线段 AB 是圆 C 的直径;

(2) 当圆 C 的圆心到直线 $x-2y=0$ 的距离的最小值为 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ 时, 求 p 的值.