2006 普通高等学校招生考试 (重庆卷文)

一、选择题

1. 已知集合 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$, $A=\{2,\ 4,\ 5,\ 7\}$, $B=\{3,\ 4,\ 5\}$, 则 $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=$ ( )

   (A) $\{1,\ 6\}$ (B) $\{4,\ 5\}$ (C) $\{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7\}$ (D) $\{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 7\}$

2. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_n>0$ 且 $a_3a_7=64$, 则 a_5 的值为 ( )

   (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

3. 以点 $(2,-1)$ 为圆心且与直线 $3x-4y+5=0$ 相切的圆的方程为 ( )

   (A) $(x-2)^2+(y+1)^2=3$ (B) $(x+2)^2+(y-1)^2=3$

   (C) $(x-2)^2+(y+1)^2=9$ (D) $(x+2)^2+(y-1)^2=9$

4. 若 P 是平面 α 外一点, 则下列命题正确的是 ( )

   (A) 过 P 只能作一条直线与平面 α 相交

   (B) 过 P 可作无数条直线与平面 α 垂直

   (C) 过 P 只能作一条直线与平面 α 平行

   (D) 过 P 可作无数条直线与平面 α 平行

5. $(2x-3)^5$ 的展开式中 x^2 项的系数为 ( )

   (A) -2160 (B) -1080 (C) 1080 (D) 2160

6. 设函数 $y=f(x)$ 的反函数为 $y=f^{-1}(x)$, 且 $y=f(2x-1)$ 的图象过点 $\left(\dfrac{1}{2},1\right)$, 则 $y=f^{-1}(x)$ 的图象必过点 ( )

   (A) $\left(\dfrac{1}{2},1\right)$ (B) $\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$ (C) $(1,0)$ (D) $(0,1)$

7. 某地区有 300 家商店, 其中大型商店有 30 家, 中型商店有 75 家, 小型商店有 195 家. 为了掌握各商店的营业情况, 要从中抽取一个容量为 20 的样本. 若采用分层抽样的方法, 抽取的中型商店数是 ( )

   (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 13

8. 已知三点 $A(2,3)$, $B(-1,-1)$, $C(6,k)$, 其中 k 为常数. 若 $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|$, 则 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为 ( )

   (A) $\arccos(-\dfrac{24}{25})$ (B) $\dfrac{\pi}{2}$ 或 $\arccos\dfrac{24}{25}$

   (C) $\arccos\dfrac{24}{25}$ (D) $\dfrac{\pi}{2}$ 或 $\pi-\arccos\dfrac{24}{25}$

9. 高三 (一) 班需要安排毕业晚会的 4 个音乐节目, 2 个舞蹈节目和 1 个曲艺节目的演出顺序, 要求两个舞蹈节目不连排, 则不同排法的种数是 ( )

   (A) 1800 (B) 3600 (C) 4320 (D) 5040

10. 若 $\alpha,\beta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$, $\cos\left(\alpha-\dfrac{\beta}{2}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\left(\dfrac{\alpha}{2}-\beta\right)=-\dfrac{1}{2}$, 则 $\cos(\alpha+\beta)$ 的值等于 ( )

    (A) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $-\dfrac{1}{2}$ (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

11. 设 $A(x_1,y_1)$, $B\left(4,\dfrac{9}{5}\right)$, $C(x_2,y_2)$ 是右焦点为 F 的椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 上三个不同的点, 则“$|AF|$, $|BF|$, $|CF|$ 成等差数列”是“$x_1+x_2=8$”的 ( )

    (A) 充要条件 (B) 必要而不充分条件

    (C) 充分而不必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

12. 若 $a,b,c>0$ 且 $a^2+2ab+2ac+4bc=12$, 则 $a+b+c$ 的最小值是 ( )

    (A) $2\sqrt{3}$ (B) 3 (C) 2 (D) $\sqrt{3}$

二、填空题

13. 已知 $\sin\alpha=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$, $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$, 则 $\tan\alpha=$______.

14. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1=1$, $a_{n+1}=a_n+2\ (n\geqslant 1)$, 则该数列的通项 $a_n=$______.

15. 设 $a>0$, $a\neq 1$, 函数 $f(x)=\log_a(x^2-2x+3)$ 有最小值, 则不等式 $\log_a(x-1)>0$ 的解集为______.

16. 已知变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+2y-3\leqslant 0,\\ x+3y-3\geqslant 0,\\ y-1\leqslant 0,\end{cases}$ 若目标函数 $z=ax+y$ (其中 $a>0$) 仅在点 $(3,0)$ 处取得最大值, 则 a 的取值范围为______.

三、解答题

17. 甲、乙、丙三人在同一办公室工作, 办公室里只有一部电话机, 设经该机打进的电话是打给甲、乙、丙的概率依次为 $\dfrac{1}{6}$、$\dfrac{1}{3}$、$\dfrac{1}{2}$. 若在一段时间内打进三个电话, 且各个电话相互独立. 求:

    (1) 这三个电话是打给同一个人的概率;

    (2) 这三个电话中恰有两个是打给甲的概率.

18. 设函数 $f(x)=\sqrt{3}\cos^2\omega x+\sin\omega x\cos\omega x+a$ (其中 $\omega>0$, $a\in\mathbf{R}$), 且 $f(x)$ 的图象在 y 轴右侧的第一个最高点的横坐标为 $\dfrac{\pi}{6}$.

    (1) 求 ω 的值;

    (2) 如果 $f(x)$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{6}\right]$ 上的最小值为 $\sqrt{3}$, 求 a 的值.

19. 设函数 $f(x)=x^3-3ax^2+3bx$ 的图象与直线 $12x+y-1=0$ 相切于点 $(1,-11)$.

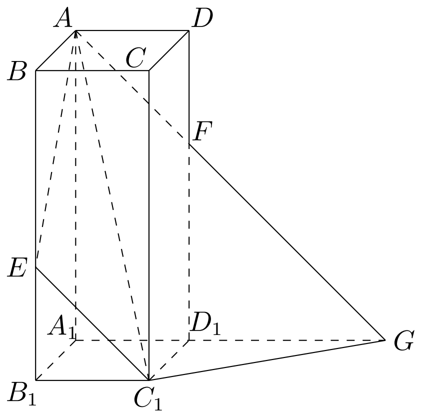
    (1) 求 a,b 的值;

    (2) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性.

20. 如图, 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=1$, $BB_1=\sqrt{3}+1$, E 为 BB_1 上使 $B_1E=1$ 的点, 平面 AEC_1 交 DD_1 于 F, 交 A_1D_1 的延长线于 G. 求:

(1) 异面直线 AD 与 C_1G 所成角的大小;

(2) 二面角 $A-C_1G-A_1$ 的正切值.



21. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)=\dfrac{-2^x+b}{2^{x+1}+a}$ 是奇函数.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 若对任意的 $t\in\mathbf{R}$, 不等式 $f(t^2-2t)+f(2t^2-k)<0$ 恒成立, 求 k 的取值范围.

22. 如图, 对每个正整数 n, $A_n(x_n,y_n)$ 是抛物线 $x^2=4y$ 上的点, 过焦点 F 的直线 FA_n 交抛物线于另一点 $B_n(s_n,t_n)$.

(1) 试证: $x_ns_n=-4$ $(n\geqslant 1)$;

(2) 取 $x_n=2^n$, 并记 C_n 为抛物线上分别以 A_n 与 B_n 为切点的两条切线的交点. 试证: $|FC_1|+|FC_2|+\cdots+|FC_n|=2^n-2^{-n+1}+1$.