2006 普通高等学校招生考试 (重庆卷理)

一、选择题

1. 已知集合 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$, $A=\{2,\ 4,\ 5,\ 7\}$, $B=\{3,\ 4,\ 5\}$, 则 $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=$ ( )

(A) $\{1,\ 6\}$ (B) $\{4,\ 5\}$ (C) $\{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7\}$ (D) $\{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 7\}$

2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_4+a_6=12$, S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则 S_9 的值为 ( )

(A) 48 (B) 54 (C) 60 (D) 66

3. 过坐标原点且与圆 $x^2+y^2-4x+2y+\dfrac{5}{2}=0$ 相切的直线的方程为 ( )

(A) $y=-3x$ 或 $y=\dfrac{1}{3}x$ (B) $y=3x$ 或 $y=-\dfrac{1}{3}x$

(C) $y=-3x$ 或 $y=-\dfrac{1}{3}x$ (D) $y=3x$ 或 $y=\dfrac{1}{3}x$

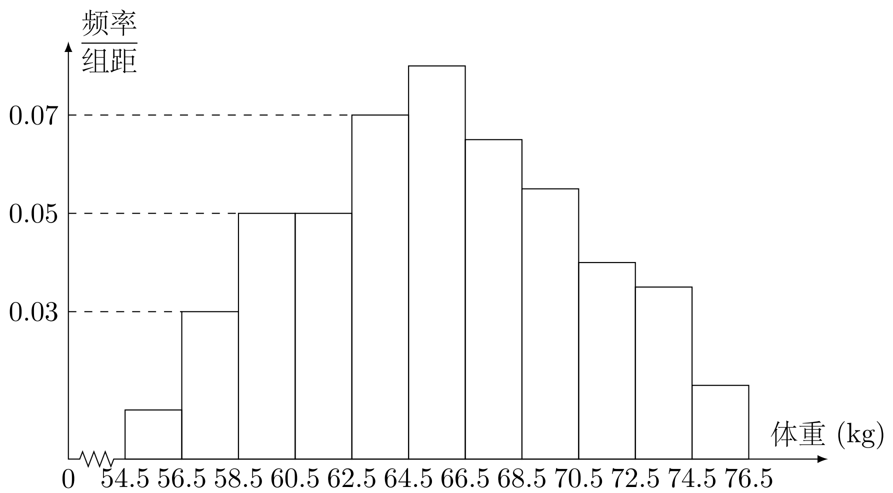
4. 对于任意的直线 l 与平面 α, 在平面 α 内必有直线 m, 使 m 与 l ( )

(A) 平行 (B) 相交 (C) 垂直 (D) 互为异面直线

5. 若 $\left(3\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ 的展开式中各项系数之和为 64, 则展开式的常数项为 ( )

(A) -540 (B) -162 (C) 162 (D) 540

6. 为了了解某地区高三学生的身体发育情况, 抽查了该地区 100 名年龄为 17.5 岁 -18 岁的男生体重 (kg), 得到频率分布直方图如下:



根据上图可得这 100 名学生中体重在 $[56.5, 64.5)$ 的学生人数是 ( )

(A) 20 (B) 30 (C) 40 (D) 50

7. 与向量 $\boldsymbol{a}=\left(\dfrac{7}{2},\dfrac{1}{2}\right)$, $\boldsymbol{b}=\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{7}{2}\right)$ 的夹角相等, 且模为 1 的向量是 ( )

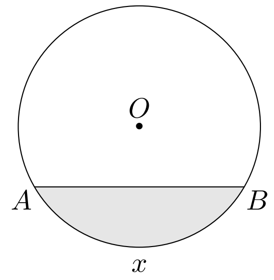
(A) $\left(\dfrac{4}{5},-\dfrac{3}{5}\right)$ (B) $\left(\dfrac{4}{5},-\dfrac{3}{5}\right)$ 或 $\left(-\dfrac{4}{5},\dfrac{3}{5}\right)$

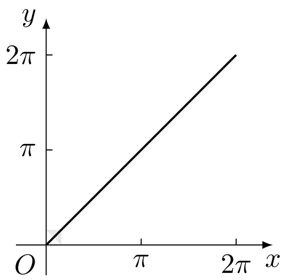
(C) $\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3},-\dfrac{1}{3}\right)$ (D) $\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3},-\dfrac{1}{3}\right)$ 或 $\left(-\dfrac{2\sqrt{2}}{3},\dfrac{1}{3}\right)$

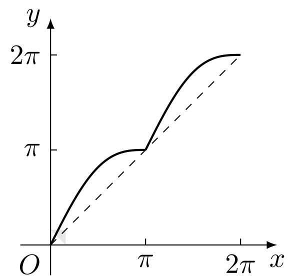
8. 将 5 名实习教师分配到高一年级的 3 个班实习, 每班至少 1 名, 最多 2 名, 则不同的分配方案有 ( )

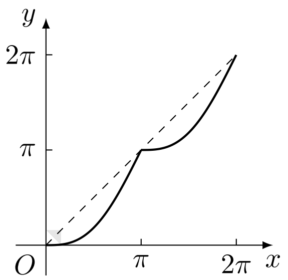
(A) 30 种 (B) 90 种 (C) 180 种 (D) 270 种

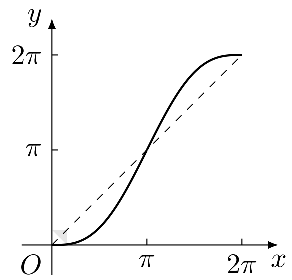
9. 如图所示, 单位圆中弧 $\widehat{AB}$ 的长为 x, $f(x)$ 表示弧 $\widehat{AB}$ 与弦 AB 所围成的弓形面积的 2 倍, 则函数 $y=f(x)$ 的图象是 ( )



(A)


(B)


(C)


(D)


10. 若 $a, b, c>0$ 且 $a(a+b+c)+bc=4-2\sqrt{3}$, 则 $2a+b+c$ 的最小值为( )

(A) $\sqrt{3}-1$ (B) $\sqrt{3}+1$ (C) $2\sqrt{3}+2$ (D) $2\sqrt{3}-2$

二、填空题

11. 复数 $\dfrac{1+2\mathrm{i}}{3+\mathrm{i}^3}$ 的值是______.

12. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+3+\cdots+(2n-1)}{2n^2-n+1}=$______.

13. 已知 $\alpha,\ \beta\in\left(\dfrac{3\pi}{4},\pi\right)$, $\sin(\alpha+\beta)=-\dfrac{3}{5}$, $\sin\left(\beta-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{12}{13}$, 则 $\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)=$______.

14. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1=1$, $a_{n+1}=2a_n+3$ $(n\geqslant 1)$, 则该数列的通项 $a_n=$______.

15. 设 $a>0$, $a\neq 1$, 函数 $f(x)=a^{\lg(x^2-2x+3)}$ 有最大值, 则不等式 $\log_a(x^2-5x+7)>0$ 的解集为______.

16. 已知变量 x, y 满足约束条件 $1\leqslant x+y\leqslant 4$, $-2\leqslant x-y\leqslant 2$. 若目标函数 $z=ax+y$ (其中 $a>0$) 仅在点 $(3,1)$ 处取得最大值, 则 a 的取值范围为______.

三、解答题

17. 设函数 $f(x)=\sqrt{3}\cos^2\omega x+\sin\omega x\cos\omega x+a$ (其中 $\omega>0$, $a\in\mathbf{R}$), 且 $f(x)$ 的图象在 y 轴右侧的第一个最高点的横坐标为 $\dfrac{\pi}{6}$.

(1) 求 ω 的值;

(2) 如果 $f(x)$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{6}\right]$ 上的最小值为 $\sqrt{3}$, 求 a 的值.

18. 某大厦的一部电梯从底层出发后只能在第 18、19、20 层可以停靠. 若该电梯在底层载有 5 位乘客, 且每位乘客在这三层的每一层下电梯的概率均为 $\dfrac{1}{3}$, 用 ξ 表示这 5 位乘客在第 20 层下电梯的人数, 求:

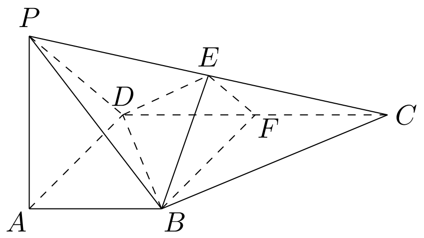
(1) 随机变量 ξ 的分布列;

(2) 随机变量 ξ 的期望.

19. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA\perp$ 底面 $ABCD$, $\angle DAB$ 为直角, $AB\,/\!/\,CD$, $AD=CD=2AB$, E、F 分别为 PC、CD 的中点.

(1) 试证: $CD\perp$ 平面 BEF;

(2) 设 $PA=k\cdot AB$, 且二面角 $E-BD-C$ 的平面角大于 30°, 求 k 的取值范围.



20. 已知函数 $f(x)=(x^2+bx+c)\mathrm{e}^x$, 其中 b, $c\in\mathbf{R}$ 为常数.

(1) 若 $b^2>4(a-1)$, 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $b^2\leqslant 4(c-1)$, 且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-c}{x}=4$, 试证: $-6\leqslant b\leqslant 2$.

21. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(f(x)-x^2+x)=f(x)-x^2+x$.

(1) 若 $f(2)=3$, 求 $f(1)$; 又若 $f(0)=a$, 求 $f(a)$;

(2) 设有且仅有一个实数 x_0, 使得 $f(x_0)=x_0$, 求函数 $f(x)$ 的解析表达式.

22. 已知一列椭圆 C_n: $x^2+\dfrac{y^2}{b_n^2}=1$, $0<b_n<1$, $n=1,2,\cdots$. 若椭圆 C_n 上有一点 P_n, 使 P_n 到右准线 l_n 的距离 d_n 是 $|P_nF_n|$ 与 $|P_nG_n|$ 的等差中项, 其中 F_n、G_n 分别是 C_n 的左、右焦点.

(1) 试证: $b_n\leqslant\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $(n\geqslant 1)$;

(2) 取 $b_n=\dfrac{\sqrt{2n+3}}{n+2}$, 并用 S_n 表示 $\triangle P_nF_nG_n$ 的面积, 试证: $S_1<S_2$ 且 $S_n>S_{n+1}$ $(n\geqslant 3)$.