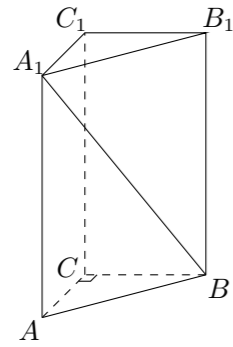


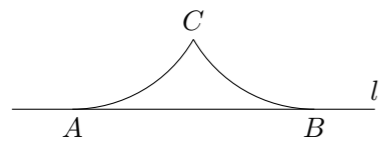
2007 普通高等学校招生考试 (上海卷文)

一、填空题

- 方程 $3^{x-1} = \frac{1}{9}$ 的解是_____.
- 函数 $f(x) = \frac{1}{x-1}$ 的反函数 $f^{-1}(x) =$ _____.
- 直线 $4x + y - 1 = 0$ 的倾斜角 $\theta =$ _____.
- 函数 $y = \sec x \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ 的最小正周期 $T =$ _____.
- 以双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 的中心为顶点, 且以该双曲线的右焦点为焦点的抛物线方程是_____.
- 若向量 \vec{a}, \vec{b} 的夹角为 60° , $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, 则 $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) =$ _____.
- 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AA_1 = 2$, $AC = BC = 1$, 则异面直线 A_1B 与 AC 所成角的大小是_____. (结果用反三角函数值表示)



- 某工程由 A, B, C, D 四道工序组成, 完成它们需用时间依次为 $2, 5, x, 4$ 天. 四道工序的先后顺序及相互关系是: A, B 可以同时开工; A 完成后, C 可以开工; BC 完成后, D 可以开工. 若该工程总时数为 9 天, 则完成工序 C 需要的天数 x 最大是_____.
- 在五个数字 $1, 2, 3, 4, 5$ 中, 若随机取出三个数字, 则剩下两个数字都是奇数的概率是_____. (结果用数值表示)
- 对于非零实数 a, b , 以下四个命题都成立: ① $a + \frac{1}{a} \neq 0$; ② $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; ③ 若 $|a| = |b|$, 则 $a = \pm b$; ④ 若 $a^2 = ab$, 则 $a = b$. 那么, 对于非零复数 a, b , 仍然成立的命题的所有序号是_____.
- 如图, AB 是直线 l 上的两点, 且 $AB = 2$. 两个半径相等的动圆分别与 l 相切于 A, B 点, C 是这两个圆的公共点, 则圆弧 AC, CB 与线段 AB 围成图形面积 S 的取值范围是_____.

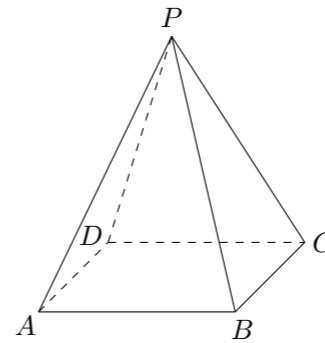


二、选择题

- 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $2 + ai, b + 3i$ (i 是虚数单位) 是一个实系数一元二次方程的两个根, 那么 a, b 的值分别是 ()
(A) $a = -3, b = 2$ (B) $a = 3, b = -2$
(C) $a = -3, b = -2$ (D) $a = 3, b = 2$
- 圆 $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$ 关于直线 $2x - y + 3 = 0$ 对称的圆的方程是 ()
(A) $(x+3)^2 + (y-2)^2 = \frac{1}{2}$ (B) $(x-3)^2 + (y+2)^2 = \frac{1}{2}$
(C) $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 2$ (D) $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 2$
- 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n = \begin{cases} \frac{1}{n^2}, & 1 \leq n \leq 1000, \\ \frac{n^2}{n^2 - 2n}, & n \geq 1001, \end{cases}$ 则数列 $\{a_n\}$ 的极限值 ()
(A) 等于 0 (B) 等于 1 (C) 等于 0 或 1 (D) 不存在
- 设 $f(x)$ 是定义在正整数集上的函数, 且 $f(x)$ 满足: “当 $f(k) \geq k^2$ 成立时, 总可推出 $f(k+1) \geq (k+1)^2$ 成立”. 那么, 下列命题总成立的是 ()
(A) 若 $f(1) < 1$ 成立, 则 $f(10) < 100$ 成立
(B) 若 $f(2) < 4$ 成立, 则 $f(1) \geq 1$ 成立
(C) 若 $f(3) \geq 9$ 成立, 则当 $k \geq 1$ 时, 均有 $f(k) \geq k^2$ 成立
(D) 若 $f(4) \geq 25$ 成立, 则当 $k \geq 4$ 时, 均有 $f(k) \geq k^2$ 成立

三、解答题

- 在正四棱锥 $P - ABCD$ 中, $PA = 2$, 直线 PA 与平面 $ABCD$ 所成的角为 60° , 求正四棱锥 $P - ABCD$ 的体积 V .



- 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是三个内角 A, B, C 的对边. 若 $a = 2, C = \frac{\pi}{4}$, $\cos \frac{B}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

- 近年来, 太阳能技术运用的步伐日益加快. 2002 年全球太阳能电池的年生产量达到 670 兆瓦, 年生产量的增长率为 34% . 以后四年中, 年生产量的增长率逐年递增 2% (如, 2003 年的年生产量的增长率为 36%).
(1) 求 2006 年全球太阳能电池的年生产量 (结果精确到 0.1 兆瓦);
(2) 目前太阳能电池产业存在的主要问题是市场安装量远小于生产量, 2006 年的实际安装量为 1420 兆瓦. 假设以后若干年内太阳能电池的年生产量的增长率保持在 42% , 到 2010 年, 要使年安装量与年生产量基本持平 (即年安装量不少于年生产量的 95%), 这四年中太阳能电池的年安装量的平均增长率至少应达到多少 (结果精确到 0.1%)?

19. 已知函数 $f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$ ($x \neq 0$, 常数 $a \in \mathbf{R}$).
- (1) 当 $a = 2$ 时, 解不等式 $f(x) - f(x-1) > 2x - 1$;
- (2) 讨论函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

20. 如果有穷数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_m$ (m 为正整数) 满足条件 $a_1 = a_m, a_2 = a_{m-1}, \dots, a_m = a_1$, 即 $a_i = a_{m-i+1}$ ($i = 1, 2, \dots, m$), 我们称其为“对称数列”. 例如, 数列 1, 2, 5, 2, 1 与数列 8, 4, 2, 2, 4, 8 都是“对称数列”.
- (1) 设 $\{b_n\}$ 是项数为 7 的“对称数列”, 其中 b_1, b_2, b_3, b_4 是等差数列, 且 $b_1 = 2, b_4 = 11$. 依次写出 $\{b_n\}$ 的每一项;
- (2) 设 $\{c_n\}$ 是 49 项的“对称数列”, 其中 $c_{25}, c_{26}, \dots, c_{49}$ 是首项为 1, 公比为 2 的等比数列, 求 $\{c_n\}$ 各项的和 S ;
- (3) 设 $\{d_n\}$ 是 100 项的“对称数列”, 其中 $d_{51}, d_{52}, \dots, d_{100}$ 是首项为 2, 公差为 3 的等差数列. 求 $\{d_n\}$ 前 n 项的和 S_n ($n = 1, 2, \dots, 100$).

21. 我们把由半椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($x \geq 0$) 与半椭圆 $\frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{c^2} = 1$ ($x \leq 0$) 合成的曲线称作“果圆”, 其中 $a^2 = b^2 + c^2, a > 0, b > c > 0$. 如图, 设点 F_0, F_1, F_2 是相应椭圆的焦点, A_1, A_2 和 B_1, B_2 分别是“果圆”与 x, y 轴的交点, M 是线段 A_1A_2 的中点.
- (1) 若 $\triangle F_0F_1F_2$ 是边长为 1 的等边三角形, 求该“果圆”的方程;
- (2) 设 P 是“果圆”的半椭圆 $\frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{c^2} = 1$ ($x \leq 0$) 上任意一点. 求证: 当 $|PM|$ 取得最小值时, P 在点 B_1, B_2 或 A_1 处;
- (3) 若 P 是“果圆”上任意一点, 求 $|PM|$ 取得最小值时点 P 的横坐标.

