

2007 普通高等学校招生考试 (北京卷文)

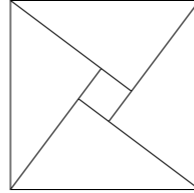
一、选择题

1. 已知 $\cos \theta \cdot \tan \theta < 0$, 那么角 θ 是 ()
 (A) 第一或第二象限角 (B) 第二或第三象限角
 (C) 第三或第四象限角 (D) 第一或第四象限角
2. 函数 $f(x) = 3^x$ ($0 < x \leq 2$) 的反函数的定义域为 ()
 (A) $(0, +\infty)$ (B) $(1, 9]$ (C) $(0, 1)$ (D) $[9, +\infty)$
3. 函数 $f(x) = \sin 2x - \cos 2x$ 的最小正周期是 ()
 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) 4π
4. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的焦点为 F_1, F_2 , 两条准线与 x 轴的交点分别为 M, N . 若 $|MN| \leq 2|F_1F_2|$, 则该椭圆离心率的取值范围是 ()
 (A) $(0, \frac{1}{2}]$ (B) $(0, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ (C) $[\frac{1}{2}, 1)$ (D) $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$
5. 某城市的汽车牌照号码由 2 个英文字母后接 4 个数字组成, 其中 4 个数字互不相同的牌照号码共有 ()
 (A) $(C_{26}^1)^2 A_{10}^4$ 个 (B) $A_{26}^2 A_{10}^4$ 个 (C) $(C_{26}^1)^2 10^4$ 个 (D) $A_{26}^2 10^4$ 个
6. 若不等式组 $\begin{cases} x - y + 5 \geq 0, \\ y \geq a, \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ 表示的平面区域是一个三角形, 则 a 的取值范围是 ()
 (A) $a < 5$ (B) $a \geq 7$ (C) $5 \leq a < 7$ (D) $a < 5$ 或 $a \geq 7$
7. 平面 $\alpha \parallel$ 平面 β 的一个充分条件是 ()
 (A) 存在一条直线 $a, a \parallel \alpha, a \parallel \beta$
 (B) 存在一条直线 $a, a \subset \alpha, a \parallel \beta$
 (C) 存在两条平行直线 $a, b, a \subset \alpha, b \subset \beta, a \parallel \beta, b \parallel \alpha$
 (D) 存在两条异面直线 $a, b, a \subset \alpha, b \subset \beta, a \parallel \beta, b \parallel \alpha$
8. 对于函数① $f(x) = |x + 2|$, ② $f(x) = (x - 2)^2$, ③ $f(x) = \cos(x - 2)$, 判断如下两个命题的真假:
 命题甲: $f(x + 2)$ 是偶函数;
 命题乙: $f(x)$ 在 $(-\infty, 2)$ 上是减函数, 在 $(2, +\infty)$ 上是增函数;
 能使命题甲、乙均为真的所有函数的序号是 ()
 (A) ①② (B) ①③ (C) ② (D) ③

二、填空题

9. $f'(x)$ 是 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x + 1$ 的导函数, 则 $f'(-1)$ 的值是_____.

10. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 - 10n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), 则此数列的通项公式为_____.
11. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, 4)$, $\mathbf{b} = (1, 1)$. 若向量 $\mathbf{b} \perp (\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b})$, 则实数 λ 的值是_____.
12. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\tan A = \frac{1}{3}$, $C = 150^\circ$, $BC = 1$, 则 $AB =$ _____.
13. 2002 年在北京召开的国际数学家大会, 会标是以我国古代数学家赵爽的弦图为基础设计的. 弦图是由四个全等直角三角形与一个小正方形拼成的一个大正方形 (如图). 如果小正方形的面积为 1, 大正方形的面积为 25, 直角三角形中较小的锐角为 θ , 那么 $\cos 2\theta$ 的值等于_____.



14. 已知函数 $f(x), g(x)$ 分别由下表给出

x	1	2	3
$f(x)$	2	1	1

x	1	2	3
$g(x)$	3	2	1

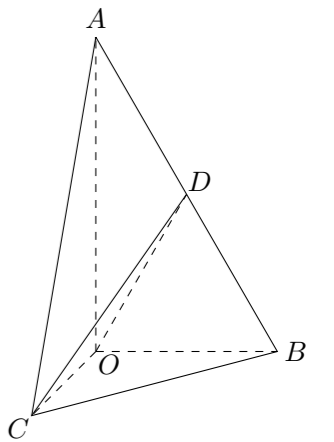
则 $f[g(1)]$ 的值为_____; 当 $g[f(x)] = 2$ 时, $x =$ _____.

三、解答题

15. 记关于 x 的不等式 $\frac{x - a}{x + 1} < 0$ 的解集为 P , 不等式 $|x - 1| \leq 1$ 的解集为 Q .
 (1) 若 $a = 3$, 求 P ;
 (2) 若 $Q \subseteq P$, 求正数 a 的取值范围.

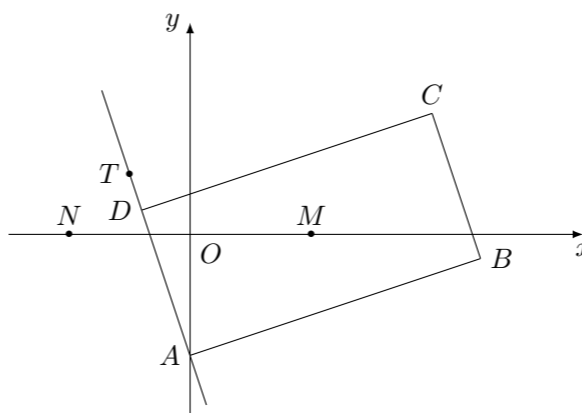
16. 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n + cn$ (c 是常数, $n = 1, 2, 3, \dots$), 且 a_1, a_2, a_3 成公比不为 1 的等比数列.
 (1) 求 c 的值;
 (2) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

17. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $\angle OAB = \frac{\pi}{6}$, 斜边 $AB = 4$. $\text{Rt}\triangle AOC$ 可以通过 $\text{Rt}\triangle AOB$ 以直线 AO 为轴旋转得到, 且二面角 $B - AO - C$ 是直二面角. D 是 AB 的中点.
 (1) 求证: 平面 $COD \perp$ 平面 AOB ;
 (2) 求异面直线 AO 与 CD 所成角的大小.



18. 某条公共汽车线路沿线共有 11 个车站 (包括起点站和终点站). 在起点站开出的一辆公共汽车上有 6 位乘客, 假设每位乘客在起点站之外的各个车站下车是等可能的. 求:
- (1) 这 6 位乘客在互不相同的车站下车的概率;
 - (2) 这 6 位乘客中恰有 3 人在终点站下车的概率;

19. 如图, 矩形 $ABCD$ 的两条对角线相交于点 $M(2, 0)$, AB 边所在直线的方程为 $x - 3y - 6 = 0$, 点 $T(-1, 1)$ 在 AD 边所在直线上.
- (1) 求 AD 边所在直线的方程;
 - (2) 求矩形 $ABCD$ 外接圆的方程;
 - (3) 若动圆 P 过点 $N(-2, 0)$, 且与矩形 $ABCD$ 的外接圆外切, 求动圆 P 的圆心的轨迹方程.



20. 已知函数 $y = kx$ 与 $y = x^2 + 2$ ($x \geq 0$) 的图象相交于 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$. l_1, l_2 分别是 $y = x^2 + 2$ ($x \geq 0$) 的图象在 A, B 两点的切线, M, N 分别是 l_1, l_2 与 x 轴的交点.
- (1) 求 k 的取值范围;
 - (2) 设 t 为点 M 的横坐标, 当 $x_1 < x_2$ 时, 写出 t 以 x_1 为自变量的函数式, 并求其定义域和值域;
 - (3) 试比较 $|OM|$ 与 $|ON|$ 的大小, 并说明理由 (O 是坐标原点).