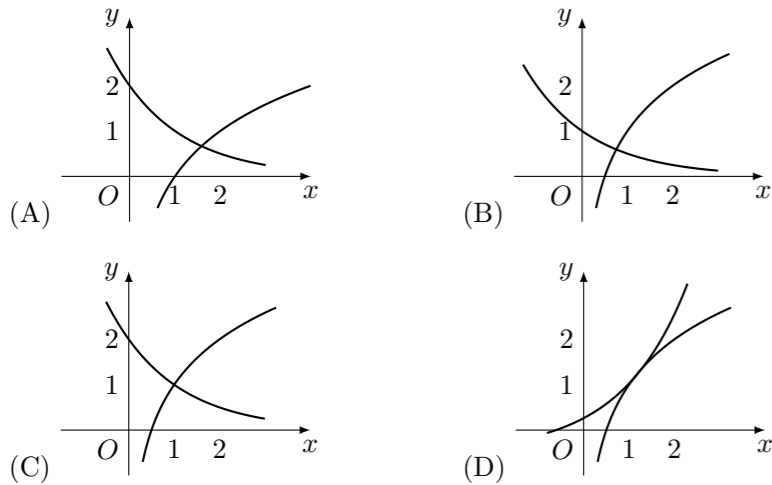


2007 普通高等学校招生考试 (四川卷文)

一、选择题

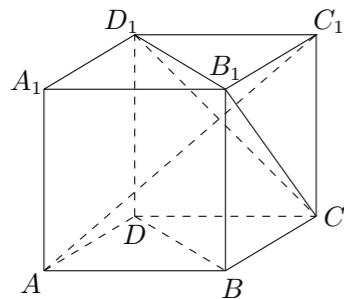
1. 设集合 $M = \{4, 5, 6, 8\}$, 集合 $N = \{3, 5, 7, 8\}$, 那么 $M \cup N =$ ()
 (A) $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ (B) $\{5, 8\}$
 (C) $\{3, 5, 7, 8\}$ (D) $\{4, 5, 6, 8\}$

2. 函数 $f(x) = 1 + \log_2 x$ 与 $g(x) = 2^{-x+1}$ 在同一直角坐标系下的图象大致是 ()



3. 某商场买来一车苹果, 从中随机抽取了 10 个苹果, 其重量 (单位: 克) 分别为: 150, 152, 153, 149, 148, 146, 151, 150, 152, 147, 由此估计这车苹果单个重量的期望值是 ()
 (A) 150.2 克 (B) 149.8 克 (C) 149.4 克 (D) 147.8 克

4. 如图, $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 为正方体, 下面结论错误的是 ()

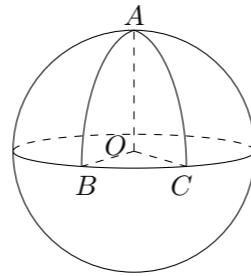


- (A) $BD \parallel$ 平面 CB_1D_1 (B) $AC_1 \perp BD$
 (C) $AC_1 \perp$ 平面 CB_1D_1 (D) 异面直线 AD 与 CB_1 角为 60°

5. 如果双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$ 上一点 P 到双曲线右焦点的距离是 2, 那么点 P 到 y 轴的距离是 ()

- (A) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ (B) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ (C) $2\sqrt{6}$ (D) $2\sqrt{3}$

6. 设球 O 的半径是 1, A, B, C 是球面上三点, 已知 A 到 B, C 两点的球面距离都是 $\frac{\pi}{2}$, 且二面角 $B - OA - C$ 的大小为 $\frac{\pi}{3}$, 则从 A 点沿球面经 B, C 两点再回到 A 点的最短距离是 ()



- (A) $\frac{7\pi}{6}$ (B) $\frac{5\pi}{4}$ (C) $\frac{4\pi}{3}$ (D) $\frac{3\pi}{2}$

7. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_3 + a_5 = 14$, 其前 n 项和 $S_n = 100$, 则 $n =$ ()
 (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

8. 设 $A(a, 1), B(2, b), C(4, 5)$ 为坐标平面上三点, O 为坐标原点, 若 \vec{OA} 与 \vec{OB} 在 \vec{OC} 上的投影相同, 则 a 与 b 满足的关系式为 ()

- (A) $4a - 5b = 3$ (B) $5a - 4b = 3$ (C) $4a + 5b = 14$ (D) $5a + 4b = 14$

9. 用数字 1, 2, 3, 4, 5 可以组成没有重复数字, 并且比 20000 大的五位偶数共有 ()

- (A) 48 个 (B) 36 个 (C) 24 个 (D) 18 个

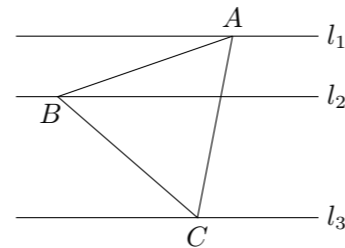
10. 已知抛物线 $y = -x^2 + 3$ 上存在关于直线 $x + y = 0$ 对称的相异两点 A, B , 则 $|AB|$ 等于 ()

- (A) 3 (B) 4 (C) $3\sqrt{2}$ (D) $4\sqrt{2}$

11. 某公司有 60 万元资金, 计划投资甲、乙两个项目, 按要求对项目甲的投资不小于对项目乙投资的 $\frac{2}{3}$ 倍, 且对每个项目的投资不能低于 5 万元, 对项目甲每投资 1 万元可获得 0.4 万元的利润, 对项目乙每投资 1 万元可获得 0.6 万元的利润, 该公司正确规划投资后, 在这两个项目上共可获得的最大利润为 ()

- (A) 36 万元 (B) 31.2 万元 (C) 30.4 万元 (D) 24 万元

12. 如图, l_1, l_2, l_3 是同一平面内的三条平行直线, l_1 与 l_2 间的距离是 1, l_2 与 l_3 间的距离是 2, 正三角形 ABC 的三顶点分别在 l_1, l_2, l_3 上, 则 $\triangle ABC$ 的边长是 ()

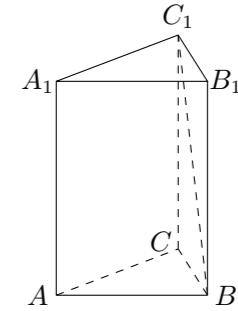


- (A) $2\sqrt{3}$ (B) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ (C) $\frac{3-\sqrt{7}}{4}$ (D) $\frac{2-\sqrt{21}}{3}$

二、填空题

13. $(x - \frac{1}{x})^n$ 的展开式中的第 5 项为常数项, 那么正整数 n 的值是_____.

14. 如图, 在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧棱长为 $\sqrt{2}$, 底面三角形的边长为 1, 则 BC_1 与侧面 ACC_1A_1 所成的角是_____.



15. 已知 $\odot O$ 的方程是 $x^2 + y^2 - 2 = 0$, $\odot O'$ 的方程是 $x^2 + y^2 - 8x + 10 = 0$, 由动点 P 向 $\odot O$ 和 $\odot O'$ 所引的切线长相等, 则动点 P 的轨迹方程是_____.

16. 下面有五个命题:

- ① 函数 $y = \sin^4 x - \cos^4 x$, 的最小正周期是 π ;
 ② 终边在 y 轴上的角的集合是 $\{\alpha \mid \alpha = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$;
 ③ 在同一坐标系中, 函数 $y = \sin x$ 的图象和函数 $y = x$ 的图象有三个公共点;
 ④ 把函数 $y = 3 \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 得到 $y = 3 \sin 2x$ 的图象;
 ⑤ 角 θ 为第一象限角的充要条件是 $\sin \theta > 0$.
 其中真命题的序号是_____. (写出所有)

三、解答题

17. 厂家在产品出厂前, 需对产品做检验, 厂家对一般产品致冷商家的, 商家符合规定拾取一定数量的产品做检验, 以决定是否验收这些产品.

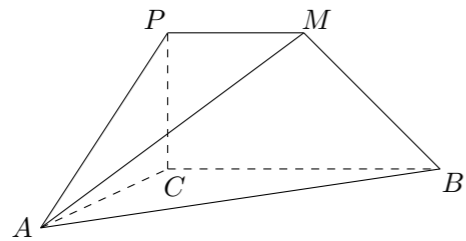
- (1) 若厂家库房中的每件产品合格的概率为 0.3, 从中任意取出 4 种进行检验, 求至少要 1 件是合格产品的概率;
 (2) 若厂家发给商家 20 件产品, 其中有 3 件不合格, 按合同规定该商家从中任取 2 件, 来进行检验, 只有 2 件产品合格时才接收这些产品, 否则拒收, 分别求出该商家计算出不合格产品为 1 件和 2 件的概率, 并求该商家拒收这些产品的概率.

18. 已知 $\cos \alpha = \frac{1}{7}$, $\cos(\alpha - \beta) = \frac{13}{14}$, 且 $0 < \beta < \alpha < \frac{\pi}{2}$.
- (1) 求 $\tan 2\alpha$ 的值;
 - (2) 求 β .

20. 设函数 $f(x) = ax^3 + bx + c$ ($a \neq 0$) 为奇函数, 其图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线与直线 $x - 6y - 7 = 0$ 垂直, 导函数 $f'(x)$ 的最小值为 -12 .
- (1) 求 a, b, c 的值;
 - (2) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间, 并求函数 $f(x)$ 在 $[-1, 3]$ 上的最大值和最小值.

22. 已知函数 $f(x) = x^2 - 4$, 设曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_n, f(x_n))$ 处的切线与 x 轴的交点为 $(x_{n+1}, 0)$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 其中 x_1 为正实数.
- (1) 用 x_n 表示 x_{n+1} ;
 - (2) 若 $x_1 = 4$, 记 $a_n = \lg \frac{x_n + 2}{x_n - 2}$, 证明数列 $\{a_n\}$ 成等比数列, 并求数列 $\{x_n\}$ 的通项公式;
 - (3) 若 $x_1 = 4$, $b_n = x_n - 2$, T_n 是数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 证明 $T_n < 3$.

19. 如图, $PCBM$ 是直角梯形, $\angle PCB = 90^\circ$, $PM \parallel BC$, 直线 AM 与直线 PC 所成的角为 60° , 又 $AC = 1$, $BC = 2PM = 2$, $\angle ACB = 90^\circ$.
- (1) 求证: $AC \perp BM$;
 - (2) 求二面角 $M - AB - C$ 的大小;
 - (3) 求多面体 $PMABC$ 的体积.



21. 已知 F_1, F_2 分别是椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的左、右焦点.
- (1) 若 P 是第一象限内该椭圆上的一点, 且 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = -\frac{5}{4}$, 求点 P 的坐标;
 - (2) 设过定点 $M(0, 2)$ 的直线 l 与椭圆交于不同的两点 A, B , 且 $\angle AOB$ 为锐角 (其中 O 为坐标原点), 求直线 l 的斜率 k 的取值范围.