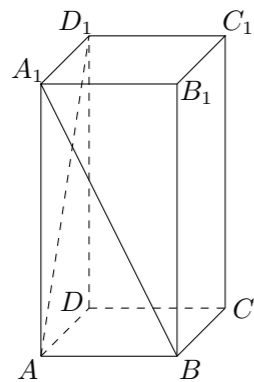


## 2007 普通高等学校招生考试 (大纲卷 I 文)

### 一、选择题

1. 设  $S = \{x \mid 2x + 1 > 0\}$ ,  $T = \{x \mid 3x - 5 < 0\}$ , 则  $S \cap T =$  ( )  
 (A)  $\emptyset$  (B)  $\left\{x \mid x < -\frac{1}{2}\right\}$   
 (C)  $\left\{x \mid x > \frac{5}{3}\right\}$  (D)  $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < \frac{5}{3}\right\}$
2.  $\alpha$  是第四象限角,  $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ , 则  $\sin \alpha =$  ( )  
 (A)  $\frac{5}{13}$  (B)  $-\frac{5}{13}$  (C)  $\frac{5}{12}$  (D)  $-\frac{5}{12}$
3. 已知向量  $\mathbf{a} = (-5, 6)$ ,  $\mathbf{b} = (6, 5)$ , 则  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  ( )  
 (A) 垂直 (B) 不垂直也不平行  
 (C) 平行且同向 (D) 平行且反向
4. 已知双曲线的离心率为 2, 焦点是  $(-4, 0)$ ,  $(4, 0)$ , 则双曲线方程为 ( )  
 (A)  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$  (B)  $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$  (C)  $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{6} = 1$  (D)  $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{10} = 1$
5. 甲、乙、丙 3 位同学选修课程, 从 4 门课程中, 甲选修 2 门, 乙、丙各选修 3 门, 则不同的选修方案共有 ( )  
 (A) 36 种 (B) 48 种 (C) 96 种 (D) 192 种
6. 下面给出的四个点中, 位于  $\begin{cases} x + y - 1 < 0, \\ x - y + 1 > 0 \end{cases}$  表示的平面区域内的点是 ( )  
 (A)  $(0, 2)$  (B)  $(-2, 0)$  (C)  $(0, -2)$  (D)  $(2, 0)$
7. 如图, 正四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AA_1 = 2AB$ , 则异面直线  $A_1B$  与  $AD_1$  所成角的余弦值为 ( )



- (A)  $\frac{1}{5}$  (B)  $\frac{2}{5}$  (C)  $\frac{3}{5}$  (D)  $\frac{4}{5}$

8. 设  $a > 1$ , 函数  $f(x) = \log_a x$  在区间  $[a, 2a]$  上的最大值与最小值之差为  $\frac{1}{2}$ , 则  $a =$  ( )  
 (A)  $\sqrt{2}$  (B) 2 (C)  $2\sqrt{2}$  (D) 4

9.  $f(x), g(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的函数,  $h(x) = f(x) + g(x)$ , 则“ $f(x), g(x)$  均为偶函数”是“ $h(x)$  为偶函数”的 ( )  
 (A) 充要条件 (B) 充分而不必要的条件  
 (C) 必要而不充分的条件 (D) 既不充分也不必要的条件

10. 函数  $y = 2 \cos^2 x$  的一个单调增区间是 ( )  
 (A)  $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$  (B)  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  (C)  $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$  (D)  $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

11. 曲线  $y = \frac{1}{3}x^3 + x$  在点  $\left(1, \frac{4}{3}\right)$  处的切线与坐标轴围成的三角形面积为 ( )  
 (A)  $\frac{1}{9}$  (B)  $\frac{2}{9}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{2}{3}$

12. 抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 准线为  $l$ , 经过  $F$  且斜率为  $\sqrt{3}$  的直线与抛物线在  $x$  轴上方的部分相交于点  $A$ ,  $AK \perp l$ , 垂足为  $K$ , 且  $\triangle AKF$  的面积是 ( )  
 (A) 4 (B)  $3\sqrt{3}$  (C)  $4\sqrt{3}$  (D) 8

### 二、填空题

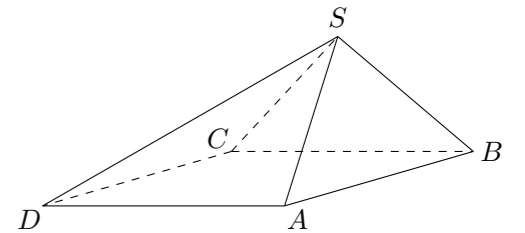
13. 从某自动包装机包装的食盐中, 随机抽取 20 袋, 测得各袋的质量分别为 (单位: g):  
 492 496 494 495 498 497 501 502 504 496  
 497 503 506 508 507 492 496 500 501 499  
 根据频率分布估计总体分布的原理, 该自动包装机包装的袋装食盐质量在  $497.5 \text{ g} \sim 501.5 \text{ g}$  之间的概率约为\_\_\_\_\_.
14. 函数  $y = f(x)$  的图象与函数  $y = \log_3 x (x > 0)$  的图象关于直线  $y = x$  对称, 则  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.
15. 正四棱锥  $S - ABCD$  的底面边长和各侧棱长都为  $\sqrt{2}$ , 点  $S, A, B, C, D$  都在同一个球面上, 则该球的体积为\_\_\_\_\_.
16. 等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ , 已知  $S_1, 2S_2, 3S_3$  成等差数列, 则  $\{a_n\}$  的公比为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

17. 设锐角三角形  $ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ,  $a = 2b \sin A$ .  
 (1) 求  $B$  的大小;  
 (2) 若  $a = 3\sqrt{3}, c = 5$ , 求  $b$ .

18. 某商场经销某商品, 顾客可采用一次性付款或分期付款购买. 根据以往资料统计, 顾客采用一次性付款的概率是 0.6. 经销一件该商品, 若顾客采用一次性付款, 商场获得利润 200 元; 若顾客采用分期付款, 商场获得利润 250 元.  
 (1) 求 3 位购买该商品的顾客中至少有 1 位采用一次性付款的概率;  
 (2) 求 3 位顾客每人购买 1 件该商品, 商场获得利润不超过 650 元的概率.

19. 四棱锥  $S - ABCD$  中, 底面  $ABCD$  为平行四边形, 侧面  $SBC \perp$  底面  $ABCD$ . 已知  $\angle ABC = 45^\circ$ ,  $AB = 2$ ,  $BC = 2\sqrt{2}$ ,  $SA = SB = \sqrt{3}$ .  
 (1) 证明:  $SA \perp BC$ ;  
 (2) 求直线  $SD$  与平面  $SAB$  所成角的大小.



20. 设函数  $f(x) = 2x^3 + 3ax^2 + 3bx + 8c$  在  $x = 1$  及  $x = 2$  时取得极值.
- (1) 求  $a$ 、 $b$  的值;
  - (2) 若对于任意的  $x \in [0, 3]$ , 都有  $f(x) < c^2$  成立, 求  $c$  的取值范围.

21. 设  $\{a_n\}$  是等差数列,  $\{b_n\}$  是各项都为正数的等比数列, 且  $a_1 = b_1 = 1$ ,  $a_3 + b_5 = 21$ ,  $a_5 + b_3 = 13$ .
- (1) 求  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  的通项公式;
  - (2) 求数列  $\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

22. 已知椭圆  $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$  的左、右焦点分别为  $F_1$ 、 $F_2$ , 过  $F_1$  的直线交椭圆于  $B$ 、 $D$  两点, 过  $F_2$  的直线交椭圆于  $A$ 、 $C$  两点, 且  $AC \perp BD$ , 垂足为  $P$ .
- (1) 设  $P$  点的坐标为  $(x_0, y_0)$ , 证明:  $\frac{x_0^2}{3} + \frac{y_0^2}{2} < 1$ ;
  - (2) 求四过形  $ABCD$  的面积的最小值.