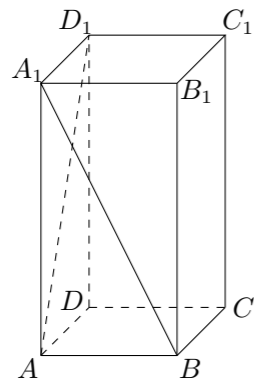


2007 普通高等学校招生考试 (大纲卷 I 理)

一、选择题

1. α 是第四象限角, $\tan \alpha = -\frac{5}{12}$, 则 $\sin \alpha =$ ()
 (A) $\frac{1}{5}$ (B) $-\frac{1}{5}$ (C) $\frac{5}{13}$ (D) $-\frac{5}{13}$
2. 设 a 是实数, 且 $\frac{a}{1+i} + \frac{1+i}{2}$ 是实数, 则 $a =$ ()
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) $\frac{3}{2}$ (D) 2
3. 已知向量 $\mathbf{a} = (-5, 6)$, $\mathbf{b} = (6, 5)$, 则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} ()
 (A) 垂直 (B) 不垂直也不平行
 (C) 平行且同向 (D) 平行且反向
4. 已知双曲线的离心率为 2, 焦点是 $(-4, 0)$, $(4, 0)$, 则双曲线方程为 ()
 (A) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ (B) $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$ (C) $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{6} = 1$ (D) $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{10} = 1$
5. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 集合 $\{1, a+b, a\} = \{0, \frac{b}{a}, b\}$, 则 $b-a =$ ()
 (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2
6. 下面给出的四个点中, 到直线 $x-y+1=0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 且位于 $\begin{cases} x+y-1 < 0, \\ x-y+1 > 0 \end{cases}$ 表示的平面区域内的点是 ()
 (A) $(1, 1)$ (B) $(-1, 1)$ (C) $(-1, -1)$ (D) $(1, -1)$
7. 如图, 正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = 2AB$, 则异面直线 A_1B 与 AD_1 所成角的余弦值为 ()



- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

8. 设 $a > 1$, 函数 $f(x) = \log_a x$ 在区间 $[a, 2a]$ 上的最大值与最小值之差为 $\frac{1}{2}$, 则 $a =$ ()
 (A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $2\sqrt{2}$ (D) 4

9. $f(x), g(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数, $h(x) = f(x) + g(x)$, 则“ $f(x), g(x)$ 均为偶函数”是“ $h(x)$ 为偶函数”的 ()
 (A) 充要条件 (B) 充分而不必要的条件
 (C) 必要而不充分的条件 (D) 既不充分也不必要的条件

10. $(x^2 - \frac{1}{x})^n$ 的展开式中, 常数项为 15, 则 $n =$ ()
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
11. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线为 l , 经过 F 且斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线与抛物线在 x 轴上方的部分相交于点 A , $AK \perp l$, 垂足为 K , 且 $\triangle AKF$ 的面积是 ()
 (A) 4 (B) $3\sqrt{3}$ (C) $4\sqrt{3}$ (D) 8
12. 函数 $f(x) = \cos^2 x - 2\cos^2 \frac{x}{2}$ 的一个单调增区间是 ()
 (A) $(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3})$ (B) $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$ (C) $(0, \frac{\pi}{3})$ (D) $(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6})$

二、填空题

13. 从班委会 5 名成员中选出 3 名, 分别担任班级学习委员、文娱委员与体育委员, 其中甲、乙二人不能担任文娱委员, 则不同的选法共有_____种. (用数字作答)
14. 函数 $y = f(x)$ 的图象与函数 $y = \log_3 x (x > 0)$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称, 则 $f(x) =$ _____.
15. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n , 已知 $S_1, 2S_2, 3S_3$ 成等差数列, 则 $\{a_n\}$ 的公比为_____.
16. 一个等腰直角三角形的三个顶点分别在正三棱柱的三条侧棱上. 已知正三棱柱的底面边长为 2, 则该三角形的斜边长为_____.

三、解答题

17. 设锐角三角形 ABC 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $a = 2b \sin A$.
 (1) 求 B 的大小;
 (2) 求 $\cos A + \sin C$ 的取值范围.

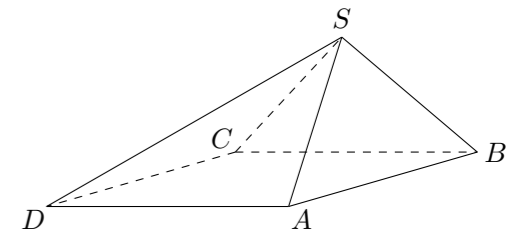
18. 某商场经销某商品, 根据以往资料统计, 顾客采用的付款期为 ξ 的分布列为

ξ	1	2	3	4	5
P	0.4	0.2	0.2	0.1	0.1

商场经销一件该商品, 采用 1 期付款, 基利润为 200 元; 分 2 期或 3 期付款, 基利润为 250 元; 分 4 期或 5 期付款, 其利润为 300 元. η 表示经销一件该商品的利润.

- (1) 求事件 A : “购买该商品的 3 位顾客中, 至少有 1 位采用 1 期付款”的概率 $P(A)$;
 (2) 求 η 的分布列及期望 $E\eta$.

19. 四棱锥 $S-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为平行四边形, 侧面 $SBC \perp$ 底面 $ABCD$. 已知 $\angle ABC = 45^\circ$, $AB = 2$, $BC = 2\sqrt{2}$, $SA = SB = \sqrt{3}$.
 (1) 证明: $SA \perp BC$;
 (2) 求直线 SD 与平面 SAB 所成角的大小.



20. 设函数 $f(x) = e^x - e^{-x}$.

(1) 证明: $f(x)$ 的导数 $f'(x) \geq 2$;

(2) 若对所有 $x \geq 0$ 都有 $f(x) \geq ax$, 求 a 的取值范围.

21. 已知椭圆 $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2 , 过 F_1 的直线交椭圆于 B 、 D 两点, 过 F_2 的直线交椭圆于 A 、 C 两点, 且 $AC \perp BD$, 垂足为 P .

(1) 设 P 点的坐标为 (x_0, y_0) , 证明: $\frac{x_0^2}{3} + \frac{y_0^2}{2} < 1$;

(2) 求四过形 $ABCD$ 的面积的最小值.

22. 已知数列 $\{a_n\}$ 中 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = (\sqrt{2} - 1)(a_n + 2)$, $n = 1, 2, 3, \dots$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 中 $b_1 = 2$, $b_{n+1} = \frac{3b_n + 4}{2b_n + 3}$, $n = 1, 2, 3, \dots$, 证明:
 $\sqrt{2} < b_n \leq a_{4n-3}$, $n = 1, 2, 3, \dots$.