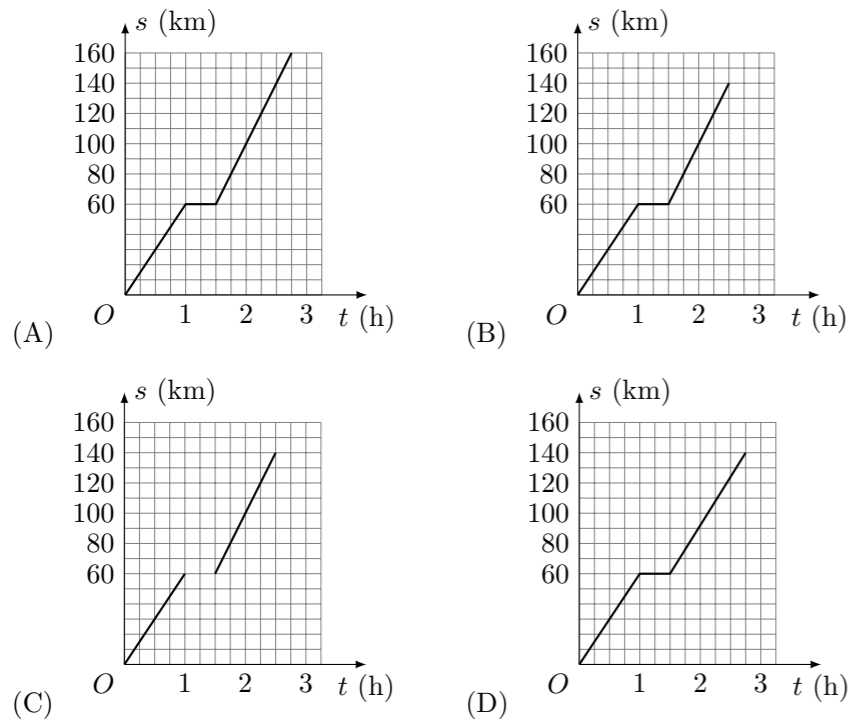


2007 普通高等学校招生考试 (广东卷理)

一、选择题

- 已知函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ 的定义域为 M , $g(x) = \ln(1+x)$ 的定义域为 N , 则 $M \cap N =$ ()
 (A) $\{x | x > -1\}$ (B) $\{x | x < 1\}$
 (C) $\{x | -1 < x < 1\}$ (D) \emptyset
- 若复数 $(1+bi)(2+i)$ 是纯虚数 (i 是虚数单位, b 是实数), 则 $b =$ ()
 (A) 2 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{1}{2}$ (D) -2
- 若函数 $f(x) = \sin^2 x - \frac{1}{2}$ ($x \in \mathbf{R}$), 则 $f(x)$ 是 ()
 (A) 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的奇函数 (B) 最小正周期为 π 的奇函数
 (C) 最小正周期为 2π 的偶函数 (D) 最小正周期为 π 的偶函数
- 客车从甲地以 60 km/h 的速度匀速行驶 1 小时到达乙地, 在乙地停留了半小时, 然后以 80 km/h 的速度匀速行驶 1 小时到达丙地. 下列描述客车从甲地出发, 经过乙地, 最后到达丙地所经过的路程 s 与时间 t 之间关系的图象中, 正确的是 ()



- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 - 9n$, 第 k 项满足 $5 < a_k < 8$, 则 $k =$ ()
 (A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6
- 图 1 是某县参加 2007 年高考的学生身高条形统计图, 从左到右的各条形表示的学生人数依次记为 A_1, A_2, \dots, A_{10} (如 A_2 表示身高 (单位: cm)

在 $[150, 155)$ 内的学生人数). 图 2 是统计图 1 中身高在一定范围内学生人数的一个算法流程图. 现要统计身高在 $160 \sim 180$ cm (含 160 cm, 不含 180 cm) 的学生人数, 那么在流程图中的判断框内应填写的条件是 ()

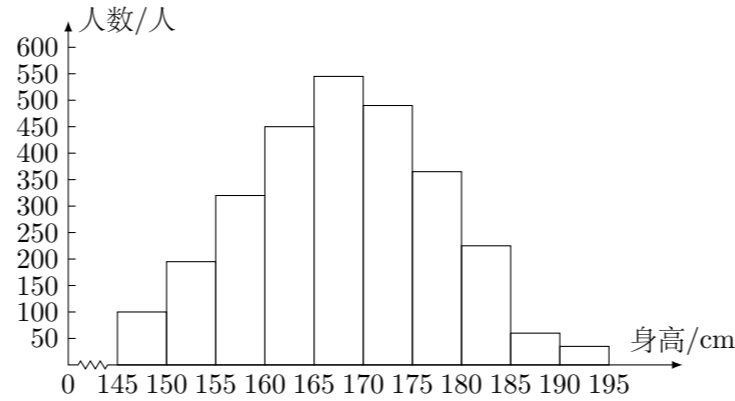


图 1

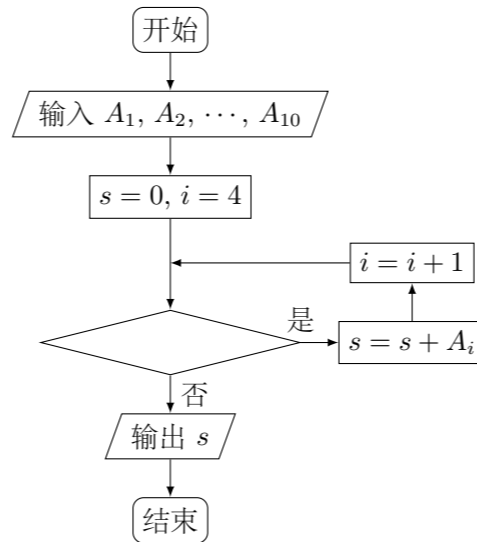
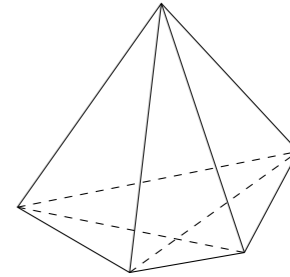


图 2

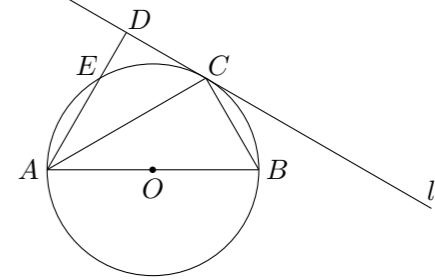
- (A) $i < 6$ (B) $i < 7$ (C) $i < 8$ (D) $i < 9$
- 如图是某汽车维修公司的维修点环形分布图. 公司在年初分配给 A, B, C, D 四个维修点某种配件各 50 件. 在使用前发现需将 A, B, C, D 四个维修点的这批配件分别调整为 40, 45, 54, 61 件, 但调整只能在相邻维修点之间进行, 那么要完成上述调整, 最少的调件次 (n 件配件从一个维修点调整到相邻维修点的调件次为 n) 为 ()
 (A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18
- 设 S 是至少含有两个元素的集合. 在 S 上定义了一个二元运算 "*" (即对任意的 $a, b \in S$, 对于有序元素对 (a, b) , 在 S 中有唯一确定的元素 $a * b$ 与之对应). 若对任意的 $a, b \in S$, 有 $a * (b * a) = b$, 则对任意的 $a, b \in S$, 下列等式中不恒成立的是 ()
 (A) $(a * b) * a = a$ (B) $[a * (b * a)] * (a * b) = a$
 (C) $b * (b * b) = b$ (D) $(a * b) * [b * (a * b)] = b$

二、填空题

- 甲, 乙两个袋中装有红, 白两种颜色的小球, 这些小球除颜色外完全相同. 其中甲袋装有 4 个红球, 2 个白球, 乙袋装有 1 个红球, 5 个白球. 现分别从甲, 乙两袋中各随机取出一个球, 则取出的两球是红球的概率为_____. (答案用分数表示)
- 若向量 a, b 满足 $|a| = |b| = 1$, a, b 的夹角为 120° , 则 $a \cdot a + a \cdot b =$ _____.
- 在平面直角坐标系 xOy 中, 有一定点 $A(2, 1)$. 若线段 OA 的垂直平分线过抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点, 则该抛物线的准线方程是_____.
- 如果一个凸多面体是 n 棱锥, 那么这个凸多面体的所有顶点所确定的直线共有_____条. 这些直线中共有 $f(n)$ 对异面直线, 则 $f(4) =$ _____; $f(n) =$ _____. (答案用数字或 n 的解析式表示)



- 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = t + 3, \\ y = 3 - t, \end{cases}$ (参数 $t \in \mathbf{R}$), 圆 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 \cos \theta, \\ y = 2 \sin \theta + 2, \end{cases}$ (参数 $\theta \in [0, 2\pi]$), 则圆 C 的圆心坐标为_____, 圆心到直线 l 的距离为_____.
- 设函数 $f(x) = |2x - 1| + x + 3$, 则 $f(-2) =$ _____; 若 $f(x) \leq 5$, 则 x 的取值范围是_____.
- 如图所示, 圆 O 的直径 $AB = 6$, C 为圆周上一点, $BC = 3$. 过点 C 作圆的切线 l , 过 A 做 l 的垂线 AD , AD 分别与直线 l , 圆交于点 D, E , 则 $\angle DAC =$ _____, 线段 AE 的长为_____.



三、解答题

16. 已知 $\triangle ABC$ 顶点的直角坐标分别为 $A(3, 4)$, $B(0, 0)$, $C(c, 0)$.
- (1) 若 $c = 5$, 求 $\sin \angle A$ 的值;
 - (2) 若 $\angle A$ 是钝角, 求 c 的取值范围.

17. 下表提供了某厂节能降耗技术改造后生产甲产品过程中记录的产量 x (吨) 与相应的生产能耗 y (吨标准煤) 的几组对照数据.

x	3	4	5	6
y	2.5	3	4	4.5

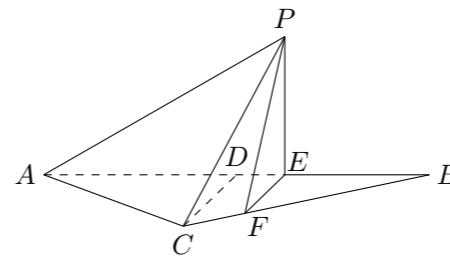
- (1) 请画出上表的散点图;
- (2) 请根据上表提供的数据, 用最小二乘法求出 y 关于 x 的线性回归方程 $y = \hat{b}x + \hat{a}$;
- (3) 已知该厂技改前 100 吨甲产品的生产能耗为 90 吨标准煤. 试根据 (2) 求出的线性回归方程, 预测生产 100 吨甲产品的生产能耗比技改前降低多少吨标准煤?
(参考数值: $3 \times 2.5 + 4 \times 3 + 5 \times 4 + 6 \times 4.5 = 66.5$)

18. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知圆心在第二象限, 半径为 $2\sqrt{2}$ 的圆 C 与直线 $y = x$ 相切于坐标原点 O . 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{9} = 1$ 与圆 C 的一个交点到椭圆两点的距离之和为 10.

- (1) 求圆 C 的方程;
- (2) 试探求 C 上是否存在异于原点的点 Q , 使 Q 到椭圆右焦点 F 的距离等于线段 OF 的长. 若存在, 请求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

19. 如图所示, 等腰 $\triangle ABC$ 的底边 $AB = 6\sqrt{6}$, 高 $CD = 3$, 点 E 是线段 BD 上异于点 B, D 的动点, 点 F 在 BC 边上, 且 $EF \perp AB$, 现沿 EF 将 $\triangle BEF$ 折起到 $\triangle PEF$ 的位置, 使 $PE \perp AC$, 记 $BE = x$, $V(x)$ 表示四棱锥 $P-ACFE$ 的体积.

- (1) 求 $V(x)$ 的表达式;
- (2) 当 x 为何值时, $V(x)$ 取得最大值?
- (3) 当 $V(x)$ 取得最大值时, 求异面直线 AC 与 PF 所成角的余弦值.



20. 已知 a 是实数, 函数 $f(x) = 2ax^2 + 2x - 3 - a$. 如果函数 $y = f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上有零点, 求 a 的取值范围.

21. 已知函数 $f(x) = x^2 + x - 1$, α, β 是方程 $f(x) = 0$ 的两个根 ($\alpha > \beta$), $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导数, 设 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)}$ ($n = 1, 2, \dots$).

- (1) 求 α, β 的值;
- (2) 证明: 对任意的正整数 n , 都有 $a_n > \alpha$;
- (3) 记 $b_n = \ln \frac{a_n - \beta}{a_n - \alpha}$ ($n = 1, 2, \dots$), 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .