2007 普通高等学校招生考试 (琼、宁卷理)

一、选择题

1. 已知命题 p: $\forall x\in\mathbf{R}$, $\sin x\leqslant 1$, 则 ( )

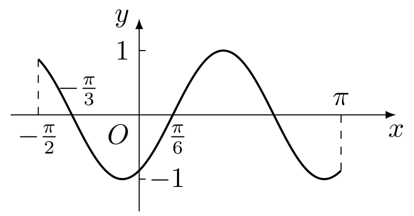
(A) $\neg p$: $\exists x\in\mathbf{R}$, $\sin x\geqslant 1$ (B) $\neg p$: $\forall x\in\mathbf{R}$, $\sin x\geqslant 1$

(C) $\neg p$: $\exists x\in\mathbf{R}$, $\sin x>1$ (D) $\neg p$: $\forall x\in\mathbf{R}$, $\sin x>1$

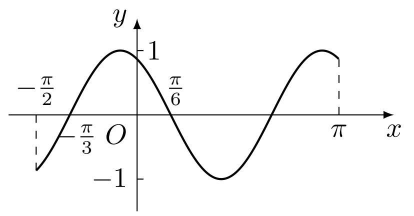
2. 已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,1)$, $\boldsymbol{b}=(1,-1)$, 则向量 $\dfrac{1}{2}\boldsymbol{a}-\dfrac{3}{2}\boldsymbol{b}=$ ( )

(A) $(-2,-1)$ (B) $(-2,1)$ (C) $(-1,0)$ (D) $(-1,2)$

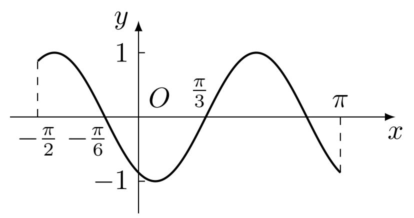
3. 函数 $y=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{2},\pi\right]$ 的简图是 ( )



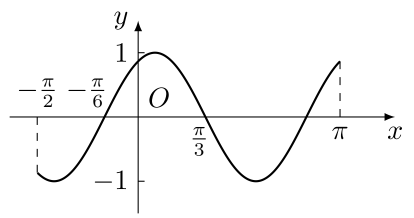
(A)



(B)



(C)

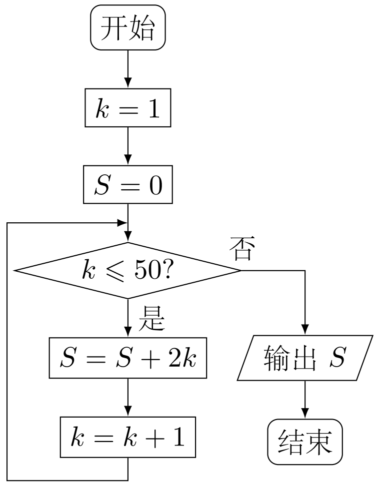


(D)

4. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_{10}=10$, 其前 10 项和 $S_{10}=70$, 则其公差 $d=$( )

(A) $-\dfrac{2}{3}$ (B) $-\dfrac{1}{3}$ (C) $\dfrac{1}{3}$ (D) $\dfrac{2}{3}$

5. 如果执行下面的程序框图, 那么输出的 $S=$ ( )



(A) 2450 (B) 2500 (C) 2550 (D) 2652

6. 已知抛物线 $y^2=2px$ $(p>0)$ 的焦点为 F, 点 $P_1(x_1,y_1)$、$P_2(x_2,y_2)$、$P_3(x_3,y_3)$ 在抛物线上, 且 $2x_2=x_1+x_3$, 则有 ( )

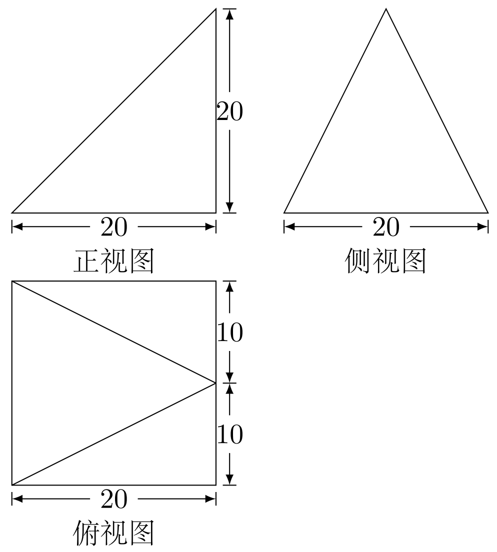
(A) $|FP_1|+|FP_2|=|FP_3|$ (B) $|FP_1|^2+|FP_2|^2=|FP_3|^2$

(C) $2|FP_2|=|FP_1|+|FP_3|$ (D) $|FP_2|^2=|FP_1|\cdot|FP_3|$

7. 已知 $x>0$, $y>0$, x,a,b,y 成等差数列, x,c,d,y 成等比数列, 则 $\dfrac{(a+b)^2}{cd}$ 的最小值是 ( )

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

8. 已知某个几何体的三视图如下, 根据图中标出的尺寸 (单位: cm), 可得这个几何体的体积是 ( )



(A) $\dfrac{4000}{3}\text{cm}^3$ (B) $\dfrac{8000}{3}\text{cm}^3$ (C) 2000cm^3 (D) 4000cm^3

9. 若 $\dfrac{\cos 2\alpha}{\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $\cos\alpha+\sin\alpha$ 的值为 ( )

(A) $-\dfrac{\sqrt{7}}{2}$ (B) $-\dfrac{1}{2}$ (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

10. 曲线 $y=\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x}$ 在点 $(4,\mathrm{e}^2)$ 处的切线与坐标轴所围三角形的面积为 ( )

(A) $\dfrac{9}{2}\mathrm{e}^2$ (B) $4\mathrm{e}^2$ (C) $2\mathrm{e}^2$ (D) e^2

11. 甲、乙、丙三名射箭运动员在某次测试中各射箭 20 次, 三人的测试成绩如下表

甲的成绩				
环数	7	8	9	10
频数	5	5	5	5

乙的成绩				
环数	7	8	9	10
频数	6	4	4	6

丙的成绩				
环数	7	8	9	10
频数	4	6	6	4

s_1、s_2、s_3 分别表示甲、乙、丙三名运动员这次测试成绩的标准差, 则有( )

(A) $s_3>s_1>s_2$ (B) $s_2>s_1>s_3$ (C) $s_1>s_2>s_3$ (D) $s_2>s_3>s_1$

12. 一个四棱锥和一个三棱锥恰好可以拼接成一个三棱柱, 这个四棱锥的底面为正方形, 且底面边长与各侧棱长相等, 这个三棱锥的底面边长与各侧棱长也都相等. 设四棱锥、三棱锥、三棱柱的高分别为 h_1, h_2, h, 则 $h_1:h_2:h=$ ( )

(A) $\sqrt{3}:1:1$ (B) $\sqrt{3}:2:2$ (C) $\sqrt{3}:2:\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{3}:2:\sqrt{3}$

二、填空题

13. 已知双曲线的顶点到渐近线的距离为 2, 焦点到渐近线的距离为 6, 则该双曲线的离心率为______.

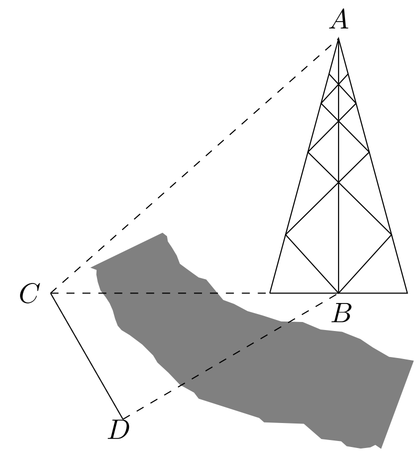
14. 设函数 $f(x)=\dfrac{(x+1)(x+a)}{x}$ 为奇函数, 则 $a=$______.

15. i 是虚数单位, $\dfrac{-5+10\mathrm{i}}{3+4\mathrm{i}}=$______. (用 $a+b\mathrm{i}$ 的形式表示, $a,b\in\mathbf{R}$)

16. 某校安排 5 个班到 4 个工厂进行社会实践, 每个班去一个工厂, 每个工厂至少安排一个班, 不同的安排方法共有______种. (用数字作答)

三、解答题

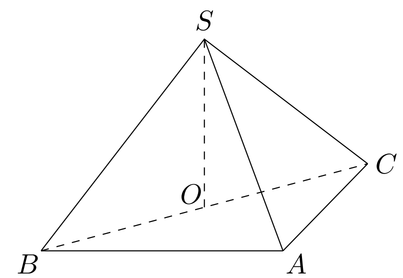
17. 如图, 测量河对岸的塔高 AB 时, 可以选与塔底 B 在同一水平面内的两个测点 C 与 D. 现测得 $\angle BCD=\alpha$, $\angle BDC=\beta$, $CD=s$, 并在点 C 测得塔顶 A 的仰角为 θ, 求塔高 AB.



18. 如图, 在三棱锥 $S-ABC$ 中, 侧面 SAB 与侧面 SAC 均为等边三角形, $\angle BAC=90^\circ$, O 为 BC 中点.

(1) 证明: $SO\perp$ 平面 ABC;

(2) 求二面角 $A-SC-B$ 的余弦值.

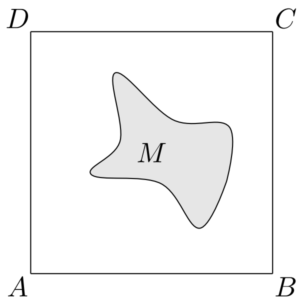


19. 在平面直角坐标系 xOy 中, 经过点 $\left(0,\sqrt{2}\right)$ 且斜率为 k 的直线 l 与椭圆 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 有两个不同的交点 P 和 Q.
(1) 求 k 的取值范围;
(2) 设椭圆与 x 轴正半轴、y 轴正半轴的交点分别为 A、B, 是否存在常数 k, 使得向量 $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}$ 与 $\overrightarrow{AB}$ 共线? 如果存在, 求 k 值; 如果不存在, 请说明理由.

20. 如图, 面积为 S 的正方形 $ABCD$ 中有一个不规则的图形 M, 可按下面方法估计 M 的面积: 在正方形 $ABCD$ 中随机投掷 n 个点, 若 n 个点中有 m 个点落入 M 中, 则 M 的面积的估计值为 $\dfrac{m}{n}S$. 假设正方形 $ABCD$ 的边长为 2, M 的面积为 1, 并向正方形 $ABCD$ 中随机投掷 10000 个点, 以 X 表示落入 M 中的点的数目.
(1) 求 X 的均值 EX;
(2) 求用以上方法估计 M 的面积时, M 的面积的估计值与实际值之差在区间 $(-0.03,0.03)$ 内的概率.

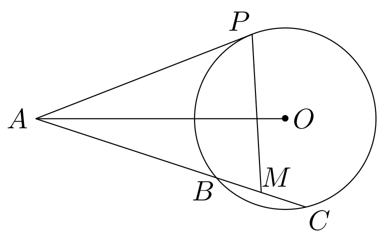
附表: $P(k)=\sum\limits_{i=0}^{k}\mathrm{C}_{10000}^{i}\times 0.25^{i}\times 0.75^{10000-i}$

k	2424	2425	2574	2575
$P(k)$	0.0403	0.0423	0.9570	0.9590



21. 设函数 $f(x)=\ln(x+a)+x^2$.
(1) 若当 $x=-1$ 时, $f(x)$ 取得极值, 求 a 的值, 并讨论 $f(x)$ 的单调性;
(2) 若 $f(x)$ 存在极值, 求 a 的取值范围, 并证明所有极值之和大于 $\ln\dfrac{\mathrm{e}}{2}$.

22. 如图, 已知 AP 是 $\odot O$ 的切线, P 为切点, AC 是 $\odot O$ 的割线, 与 $\odot O$ 交于 B、C 两点, 圆心 O 在 $\angle PAC$ 的内部, 点 M 是 BC 的中点.
(1) 证明 A, P, O, M 四点共圆;
(2) 求 $\angle OAM+\angle APM$ 的大小.



23. $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的极坐标方程分别为 $\rho=4\cos\theta$, $\rho=-4\sin\theta$.
(1) 把 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的极坐标方程化为直角坐标方程;
(2) 求经过 $\odot O_1$, $\odot O_2$ 交点的直线的直角坐标方程.

24. 设函数 $f(x)=|2x+1|-|x-4|$.
(1) 解不等式 $f(x)>2$;
(2) 求函数 $y=f(x)$ 的最小值.