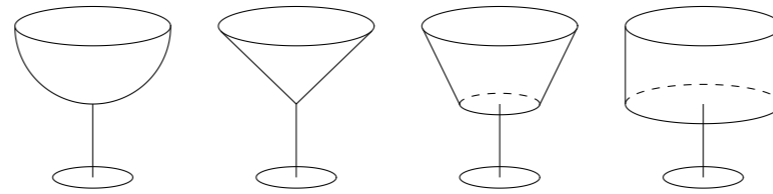


2007 普通高等学校招生考试 (江西卷文)

一、选择题

1. 若集合 $M = \{0, 1\}$, $I = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 则 $\complement_I M$ 为 ()
 (A) $\{0, 1\}$ (B) $\{2, 3, 4, 5\}$ (C) $\{0, 2, 3, 4, 5\}$ (D) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
2. 函数 $y = 5 \tan(2x + 1)$ 的最小正周期为 ()
 (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) π (D) 2π
3. 函数 $f(x) = \lg \frac{1-x}{x-4}$ 的定义域为 ()
 (A) $(1, 4)$ (B) $[1, 4)$
 (C) $(-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$ (D) $(-\infty, 1] \cup (4, +\infty)$
4. 若 $\tan \alpha = 3$, $\tan \beta = \frac{4}{3}$, 则 $\tan(\alpha - \beta)$ 等于 ()
 (A) -3 (B) $-\frac{1}{3}$ (C) 3 (D) $\frac{1}{3}$
5. 设 $(x^2 + 1)(2x + 1)^9 = a_0 + a_1(x + 2) + a_2(x + 2)^2 + \dots + a_{11}(x + 2)^{11}$, 则 $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{11}$ 的值为 ()
 (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2
6. 一袋中装有大小相同, 编号分别为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 的八个球, 从中有放回地每次取一个球, 共取 2 次, 则取得两个球的编号和不少于 15 的概率为 ()
 (A) $\frac{1}{32}$ (B) $\frac{1}{64}$ (C) $\frac{3}{32}$ (D) $\frac{3}{64}$
7. 连接抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点 F 与点 $M(1, 0)$ 所得的线段与抛物线交于点 A , 设点 O 为坐标原点, 则三角形 OAM 的面积为 ()
 (A) $-1 + \sqrt{2}$ (B) $\frac{3}{2} - \sqrt{2}$ (C) $1 + \sqrt{2}$ (D) $\frac{3}{2} + \sqrt{2}$
8. 若 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 则下列命题正确的是 ()
 (A) $\sin x < \frac{2}{\pi}x$ (B) $\sin x > \frac{2}{\pi}x$ (C) $\sin x < \frac{3}{\pi}x$ (D) $\sin x > \frac{3}{\pi}x$
9. 四面体 $ABCD$ 外接球球心在 CD 上, 且 $CD = 2$, $AB = \sqrt{3}$, 在外接球面上两点 A, B 间的球面距离是 ()
 (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{6}$
10. 设 $p: f(x) = x^3 + 2x^2 + mx + 1$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内单调递增, $q: m \geq \frac{4}{3}$, 则 p 是 q 的 ()
 (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

11. 四位好朋友在一次聚会上, 他们按照各自的爱好选择了形状不同、内空高度相等、杯口半径相等的圆口酒杯, 如图所示, 盛满酒后他们约定: 先各自饮杯中酒的一半. 设剩余酒的高度从左到右依次为 h_1, h_2, h_3, h_4 , 则它们的大小关系正确的是 ()

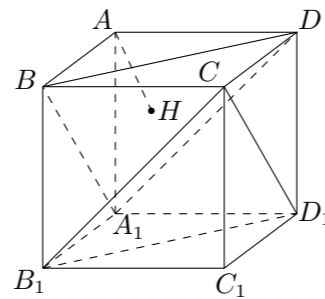


- (A) $h_2 > h_1 > h_4$ (B) $h_1 > h_2 > h_3$ (C) $h_3 > h_2 > h_4$ (D) $h_2 > h_4 > h_1$

12. 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $e = \frac{1}{2}$, 右焦点为 $F(c, 0)$, 方程 $ax^2 + bx - c = 0$ 的两个实根分别为 x_1 和 x_2 , 则点 $P(x_1, x_2)$ ()
 (A) 必在圆 $x^2 + y^2 = 2$ 上 (B) 必在圆 $x^2 + y^2 = 2$ 外
 (C) 必在圆 $x^2 + y^2 = 2$ 内 (D) 以上三种情形都有可能

二、填空题

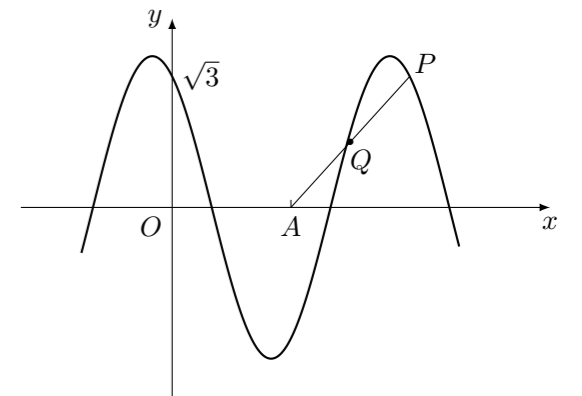
13. 在平面直角坐标系中, 正方形 $OABC$ 的对角线 OB 的两端点分别为 $O(0, 0)$, $B(1, 1)$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_{12} = 21$, 则 $a_2 + a_5 + a_8 + a_{11} = \underline{\hspace{2cm}}$.
15. 已知函数 $y = f(x)$ 存在反函数 $y = f^{-1}(x)$, 若函数 $y = f(1 + x)$ 的图象经过点 $(3, 1)$, 则函数 $y = f^{-1}(x)$ 的图象必经过点 $\underline{\hspace{2cm}}$.
16. 如图, 正方体 AC_1 的棱长为 1, 过点 A 作平面 A_1BD 的垂线, 垂足为点 H . 有下列四个命题:
 A. 点 H 是 $\triangle A_1BD$ 的垂心;
 B. AH 垂直平面 CB_1D_1 ;
 C. 二面角 $C - B_1D_1 - C_1$ 的正切值为 $\sqrt{2}$;
 D. 点 H 到平面 $A_1B_1C_1D_1$ 的距离为 $\frac{3}{4}$.
 其中真命题的代号是 $\underline{\hspace{2cm}}$. (写出所有真命题的代号)



三、解答题

17. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} cx + 1, & 0 < x < c, \\ 2^{-\frac{x}{c}} + 1, & c \leq x < 1, \end{cases}$ 在区间 $(0, 1)$ 内连续, 且 $f(c^2) = \frac{9}{8}$.
 (1) 求常数 c 的值;
 (2) 解不等式 $f(x) > \frac{\sqrt{2}}{8} + 1$.

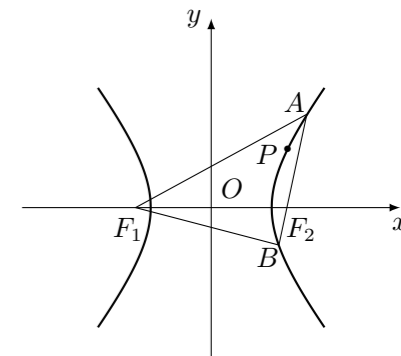
18. 如图, 函数 $y = 2 \cos(\omega x + \theta)$ ($x \in \mathbf{R}$, $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$) 的图象与 y 轴交于点 $(0, \sqrt{3})$, 且在该点处切线的斜率为 -2 .
 (1) 求 θ 和 ω 的值;
 (2) 已知点 $A(\frac{\pi}{2}, 0)$, 点 P 是该函数图象上的一点, 点 $Q(x_0, y_0)$ 是 PA 的中点, 当 $y_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $x_0 \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$ 时, 求 x_0 的值.



19. 栽培甲、乙两种果树, 先要培育成苗, 然后再进行移栽. 已知甲、乙两种果树成苗的概率分别为 0.6, 0.5, 移栽后成活的概率分别为 0.7, 0.9.
- (1) 求甲、乙两种果树至少有一种果树成苗的概率;
 - (2) 求恰好一种果树能栽培成苗且移栽成活的概率.

21. 设 $\{a_n\}$ 为等比数列, $a_1 = 1, a_2 = 3$.
- (1) 求最小的自然数 n , 使 $a_n \geq 2007$;
 - (2) 求和: $T_{2n} = \frac{1}{a_1} - \frac{2}{a_2} + \frac{3}{a_3} - \dots - \frac{2n}{a_{2n}}$.

22. 设动点 P 到两定点 $F_1(-1, 0)$ 和 $F_2(1, 0)$ 的距离分别为 d_1 和 d_2 , $\angle F_1PF_2 = 2\theta$, 且存在常数 λ ($0 < \lambda < 1$), 使得 $d_1 d_2 \sin^2 \theta = \lambda$.
- (1) 证明: 动点 P 的轨迹 C 为双曲线, 并求出 C 的方程;
 - (2) 如图, 过点 F_2 的直线与双曲线 C 的右支交于 A, B 两点. 问: 是否存在 λ , 使 $\triangle F_1AB$ 是以点 B 为直角顶点的等腰直角三角形? 若存在, 求出 λ 的值; 若不存在, 说明理由.



20. 如图是一个直三棱柱 (以 $A_1B_1C_1$ 为底面) 被一平面所截得到的几何体, 截面为 ABC . 已知 $A_1B_1 = B_1C_1 = 1, \angle A_1B_1C_1 = 90^\circ, AA_1 = 4, BB_1 = 2, CC_1 = 3$.
- (1) 设点 O 是 AB 的中点, 证明: $OC \parallel$ 平面 $A_1B_1C_1$;
 - (2) 求 AB 与平面 AA_1C_1C 所成的角的大小;
 - (3) 求此几何体的体积.

