

2007 普通高等学校招生考试 (辽宁卷文)

一、选择题

1. 若集合 $A = \{1, 3\}$, $N = \{2, 3, 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 (A) $\{1\}$ (B) $\{2\}$ (C) $\{3\}$ (D) $\{1, 2, 3, 4\}$
2. 若函数 $y = f(x)$ 的反函数图象过点 $(1, 5)$, 则函数 $y = f(x)$ 的图象必过点 ()
 (A) $(5, 1)$ (B) $(1, 5)$ (C) $(1, 1)$ (D) $(5, 5)$
3. 双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的焦点坐标为 ()
 (A) $(-\sqrt{7}, 0)$, $(\sqrt{7}, 0)$ (B) $(0, -\sqrt{7})$, $(0, \sqrt{7})$
 (C) $(-5, 0)$, $(5, 0)$ (D) $(0, -5)$, $(0, 5)$
4. 若向量 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 不共线, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \neq 0$, 且 $\mathbf{c} = \mathbf{a} - \left(\frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}}{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}\right) \mathbf{b}$, 则向量 \mathbf{a} 与 \mathbf{c} 的夹角为 ()
 (A) 0 (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$
5. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_3 = 9$, $S_6 = 36$, 则 $a_7 + a_8 + a_9 =$ ()
 (A) 63 (B) 45 (C) 36 (D) 27
6. 若 m, n 是两条不同的直线, α, β, γ 是三个不同的平面, 则下列命题中的真命题是 ()
 (A) 若 $m \subset \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $m \perp \alpha$
 (B) 若 $m \perp \beta, m \parallel \alpha$, 则 $\alpha \perp \beta$
 (C) 若 $\alpha \perp \gamma, \alpha \perp \beta$, 则 $\beta \perp \gamma$
 (D) 若 $\alpha \cap \gamma = m, \beta \cap \gamma = n, m \parallel n$, 则 $\alpha \parallel \beta$
7. 若函数 $y = f(x)$ 的图象按向量 \mathbf{a} 平移后, 得到函数 $y = f(x-1) - 2$ 的图象, 则向量 $\mathbf{a} =$ ()
 (A) $(1, -2)$ (B) $(1, 2)$ (C) $(-1, -2)$ (D) $(-1, 2)$
8. 已知变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 2 \leq 0, \\ x \geq 1, \\ x + y - 7 \leq 0, \end{cases}$ 则 $\frac{y}{x}$ 的取值范围是 ()
 (A) $\left[\frac{9}{5}, 6\right]$ (B) $\left(-\infty, \frac{9}{5}\right] \cup [6, +\infty)$
 (C) $(-\infty, 3] \cup [6, +\infty)$ (D) $[3, 6]$
9. 函数 $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 6)$ 的单调减区间为 ()
 (A) $\left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$ (B) $(3, +\infty)$ (C) $\left(-\infty, \frac{5}{2}\right)$ (D) $(-\infty, 2)$

10. 一个坛子里有编号为 $1, 2, \dots, 12$ 的 12 个大小相同的球, 其中 1 到 6 号球是红球, 其余的是黑球. 若从中任取两个球, 则取到的都是红球, 且至少有 1 个球的号码是偶数的概率为 ()
 (A) $\frac{1}{22}$ (B) $\frac{1}{11}$ (C) $\frac{3}{22}$ (D) $\frac{2}{11}$
11. 设 p, q 是两个命题, $p: |x| - 3 > 0$, $q: x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} > 0$, 则 p 是 q 的 ()
 (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
12. 将数字 $1, 2, 3, 4, 5, 6$ 排成一列, 记第 i 个数为 a_i ($i = 1, 2, \dots, 6$). 若 $a_1 \neq 1, a_3 \neq 3, a_5 \neq 5, a_1 < a_3 < a_5$, 则不同的排列方法种数为 ()
 (A) 18 (B) 30 (C) 36 (D) 48

二、填空题

13. 已知函数 $y = f(x)$ 为奇函数, 若 $f(3) - f(2) = 1$, 则 $f(-2) - f(-3) =$ _____.
14. $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^8$ 展开式中含有 x 的整数次幂的项的系数之和为_____. (用数字作答)
15. 若一个底面边长为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$, 侧棱长为 $\sqrt{6}$ 的正六棱柱的所有顶点都在一个球的面上, 则此球的体积为_____.
16. 设椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 上一点 P 到左准线的距离为 10, F 是该椭圆的左焦点. 若点 M 满足 $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OF})$, 则 $|\overrightarrow{OM}| =$ _____.

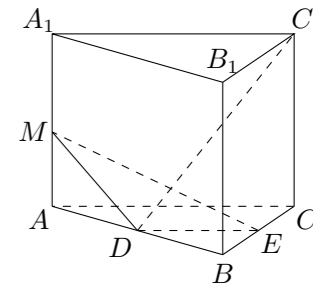
三、解答题

17. 某公司在过去几年内使用某种型号的灯管 1000 支, 该公司对这些灯管的使用寿命 (单位: 小时) 进行了统计, 统计结果如下表所示:

分组	[500, 900)	[900, 1100)	[1100, 1300)	[1300, 1500)
频数	48	121	208	223
频率				
分组	[1500, 1700)	[1700, 1900)	[1900, $+\infty$)	
频数	193	165	42	
频率				

- (1) 将各组的频率填入表中;
- (2) 根据上述统计结果, 计算灯管使用寿命不足 1500 小时的频率;
- (3) 该公司某办公室新安装了这种型号的灯管 3 支, 若将上述频率作为概率, 试求至少有 2 支灯管的寿命不足 1500 小时的概率.

18. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = a$, D, E 分别为棱 AB, BC 的中点, M 为棱 AA_1 上的点, 二面角 $M - DE - A$ 为 30° .
 (1) 证明: $A_1B_1 \perp C_1D$;
 (2) 求 MA 的长, 并求点 C 到平面 MDE 的距离.



19. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{6}\right) - 2\cos^2\frac{\omega x}{2}$, $x \in \mathbf{R}$ (其中 $\omega > 0$).
 (1) 求函数 $f(x)$ 的值域;
 (2) 若函数 $y = f(x)$ 的图象与直线 $y = -1$ 的两个相邻交点间的距离为 $\frac{\pi}{2}$, 求函数 $y = f(x)$ 的单调区间.

20. 已知数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, $b_1 = 1$, 且
$$\begin{cases} a_n = \frac{3}{4}a_{n-1} + \frac{1}{4}b_{n-1} + 1, \\ b_n = \frac{1}{4}a_{n-1} + \frac{3}{4}b_{n-1} + 1, \end{cases}$$
 ($n \geq 2$).
- (1) 令 $c_n = a_n + b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的通项公式;
 (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和.

21. 已知正三角形 OAB 的三个顶点都在抛物线 $y^2 = 2x$ 上, 其中 O 为坐标原点, 设圆 C 是 $\triangle OAB$ 的外接圆 (点 C 为圆心).
- (1) 求圆 C 的方程;
 (2) 设圆 M 的方程为 $(x - 4 - 7\cos\theta)^2 + (y - 7\sin\theta)^2 = 1$, 过圆 M 上任意一点 P 分别作圆 C 的两条切线 PE 、 PF , 切点为 E 、 F , 求 $\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{CF}$ 的最大值和最小值.

22. 已知函数 $f(x) = x^2 - 9x^2 \cos\alpha + 48x \cos\beta + 18\sin^2\alpha$, $g(x) = f'(x)$, 且对任意的实数 t 均有 $g(1 + \cos t) \geq 0$, $g(3 + \sin t) \leq 0$.
- (1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;
 (2) 若对任意的 $m \in [-26, 6]$, 恒有 $f(x) \geq x^2 - mx - 11$, 求 x 的取值范围.