

## 2007 普通高等学校招生考试 (重庆卷文)

### 一、选择题

1. 在等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2 = 8, a_1 = 64$ , 则公比  $q$  为 ( )  
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 8
2. 设全集  $U = \{a, b, c, d\}, A = \{a, c\}, B = \{b\}$ , 则  $A \cap (\complement_U B) =$  ( )  
 (A)  $\emptyset$  (B)  $\{a\}$  (C)  $\{c\}$  (D)  $\{a, c\}$
3. 垂直于同一平面的两条直线 ( )  
 (A) 平行 (B) 垂直 (C) 相交 (D) 异面
4.  $(2x - 1)^6$  展开式中  $x^2$  的系数为 ( )  
 (A) 15 (B) 60 (C) 120 (D) 240
5. “ $-1 < x < 1$ ”是“ $x^2 < 1$ ”的 ( )  
 (A) 充分必要条件 (B) 充分但不必要条件  
 (C) 必要但不充分条件 (D) 既不充分也不必要条件
6. 下列各式中, 值为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  的是 ( )  
 (A)  $2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ$  (B)  $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$   
 (C)  $2 \sin^2 15^\circ - 1$  (D)  $\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ$
7. 从 5 张 100 元, 3 张 200 元, 2 张 300 元的奥运预赛门票中任取 3 张, 则所取 3 张中至少有 2 张价格相同的概率为 ( )  
 (A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{79}{120}$  (C)  $\frac{3}{4}$  (D)  $\frac{23}{24}$
8. 若直线  $y = kx + 1$  与圆  $x^2 + y^2 = 1$  相交于  $P, Q$  两点, 且  $\angle POQ = 120^\circ$  (其中  $O$  为原点), 则  $k$  的值为 ( )  
 (A)  $-\sqrt{3}$  或  $\sqrt{3}$  (B)  $\sqrt{3}$  (C)  $-\sqrt{2}$  或  $\sqrt{2}$  (D)  $\sqrt{2}$
9. 已知向量  $\vec{OA} = (4, 6), \vec{OB} = (3, 5)$ , 且  $\vec{OC} \perp \vec{OA}, \vec{AC} \parallel \vec{OB}$ , 则向量  $\vec{OC} =$  ( )  
 (A)  $(-\frac{3}{7}, \frac{2}{7})$  (B)  $(-\frac{2}{7}, \frac{4}{21})$  (C)  $(\frac{3}{7}, -\frac{2}{7})$  (D)  $(\frac{2}{7}, -\frac{4}{21})$
10. 设  $P(3, 1)$  为二次函数  $f(x) = ax^2 - 2ax + b (x \geq 1)$  的图象与其反函数  $y = f^{-1}(x)$  的图象的一个交点, 则 ( )  
 (A)  $a = \frac{1}{2}, b = \frac{5}{2}$  (B)  $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{5}{2}$   
 (C)  $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{5}{2}$  (D)  $a = -\frac{1}{2}, b = -\frac{5}{2}$
11. 设  $\sqrt{3}b$  是  $1 - a$  和  $1 + a$  的等比中项, 则  $a + 3b$  的最大值为 ( )  
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

12. 已知以  $F_1(-2, 0), F_2(2, 0)$  为焦点的椭圆与直线  $x + \sqrt{3}y + 4 = 0$  有且仅有一个交点, 则椭圆的长轴长为 ( )  
 (A)  $3\sqrt{2}$  (B)  $2\sqrt{6}$  (C)  $2\sqrt{7}$  (D)  $4\sqrt{2}$

### 二、填空题

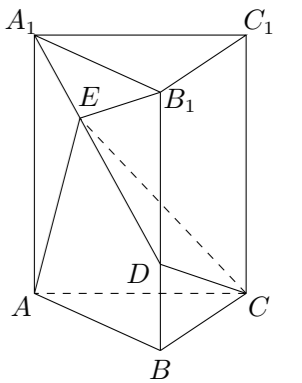
13. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 1, BC = 2, B = 60^\circ$ , 则  $AC =$ \_\_\_\_\_.
14. 已知  $\begin{cases} 2x + 3y \leq 6, \\ x - y \geq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$  则  $z = 3x - y$  的最大值为\_\_\_\_\_.
15. 要排出某班一天中语文、数学、政治、英语、体育、艺术 6 门课各一节的课程表, 要求数学课排在前三节, 英语课不排在第 6 节, 则不同的排法种数为\_\_\_\_\_. (以数字作答)
16. 函数  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} + 2\sqrt{x^2 - 5x + 4}$  的最小值为\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

17. 设甲、乙两人每次射击命中目标的概率分别为  $\frac{3}{4}$  和  $\frac{4}{5}$ , 且各次射击相互独立.  
 (1) 若甲、乙各射击一次, 求甲命中但乙未命中目标的概率;  
 (2) 若甲、乙各射击两次, 求两人命中目标的次数相等的概率.

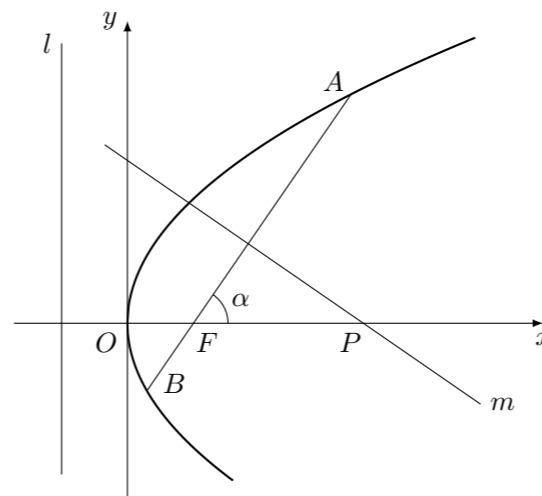
18. 已知函数  $f(x) = \frac{1 + \sqrt{2} \cos(2x - \frac{\pi}{4})}{\sin(x + \frac{\pi}{2})}$ .  
 (1) 求  $f(x)$  的定义域;  
 (2) 若角  $\alpha$  在第一象限且  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ , 求  $f(\alpha)$ .

19. 如图, 在直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $\angle ABC = 90^\circ, AB = 1, BC = \frac{3}{2}, AA_1 = 2$ ; 点  $D$  在棱  $BB_1$  上,  $BD = \frac{1}{3}BB_1$ ;  $B_1E \perp A_1D$ , 垂足为  $E$ . 求:  
 (1) 求异面直线  $A_1D$  与  $B_1C_1$  的距离;  
 (2) 四棱锥  $C - ABDE$  的体积.



20. 用长为 18 m 的钢条围成一个长方体形状的框架, 要求长方体的长与宽之比为 2 : 1, 问该长方体的长、宽、高各为多少时, 其体积最大? 最大体积是多少?

21. 如图, 倾斜角为  $\alpha$  的直线经过抛物线  $y^2 = 8x$  的焦点  $F$ , 且与抛物线交于  $A$ 、 $B$  两点.  
 (1) 求抛物线的焦点  $F$  的坐标及准线  $l$  方程;  
 (2) 若  $\alpha$  为锐角, 作线段  $AB$  的垂直平分线  $m$  交  $x$  轴于点  $P$ , 证明  $|FP| - |FP| \cos 2\alpha$  为定值, 并求此定值.



22. 已知各项均为正数的数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$  满足  $S_1 > 1$ , 且  $6S_n = (a_n + 1)(a_n + 2)$ ,  $n \in \mathbf{N}_+$ .  
 (1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;  
 (2) 设数列  $\{b_n\}$  满足  $a_n(2^{b_n} - 1) = 1$ , 并记  $T_n$  为  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和, 求证:  $3T_n + 1 > \log_2(a_n + 3)$ ,  $n \in \mathbf{N}_+$ .