2007 普通高等学校招生考试 (重庆卷理)

一、选择题

1. 若等差数列 $\{a_n\}$ 的前 3 项和 $S_3=9$ 且 $a_1=1$, 则 a_2 等于 ( )

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

2. 命题"若 $x^2<1$, 则 $-1<x<1$"的逆否命题是 ( )

(A) 若 $x^2\geqslant 1$, 则 $x\geqslant 1$ 或 $x\leqslant -1$ (B) 若 $-1<x<1$, 则 $x^2<1$

(C) 若 $x>1$ 或 $x<-1$, 则 $x^2>1$ (D) 若 $x\geqslant 1$ 或 $x\leqslant -1$, 则 $x^2\geqslant 1$

3. 若三个平面两两相交, 且三条交线互相平行, 则这三个平面把空间分成( )

(A) 5 部分 (B) 6 部分 (C) 7 部分 (D) 8 部分

4. 若 $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^n$ 展开式的二项式系数之和为 64, 则展开式的常数项为 ( )

(A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 120

5. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=\sqrt{3}$, $A=45°$, $C=75°$, 则 $BC=$ ( )

(A) $3-\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $3+\sqrt{3}$

6. 从 5 张 100 元, 3 张 200 元, 2 张 300 元的奥运预赛门票中任取 3 张, 则所取 3 张中至少有 2 张价格相同的概率为 ( )

(A) $\dfrac{1}{4}$ (B) $\dfrac{79}{120}$ (C) $\dfrac{3}{4}$ (D) $\dfrac{23}{24}$

7. 若 a 是 $1+2b$ 与 $1-2b$ 的等比中项, 则 $\dfrac{2ab}{|a|+2|b|}$ 的最大值为 ( )

(A) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ (B) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ (C) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ (D) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

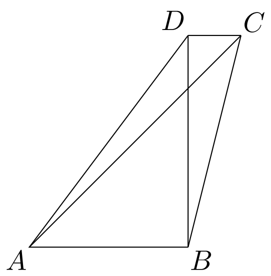
8. 设正数 a, b 满足 $\lim\limits_{x\to 2}(x^2+ax-b)=4$, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a^{n+1}+ab^{n-1}}{a^{n-1}+2b^n}=$ ( )

(A) 0 (B) $\dfrac{1}{4}$ (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) 1

9. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 在 $(8,+\infty)$ 上为减函数, 且函数 $y=f(x+8)$ 为偶函数, 则 ( )

(A) $f(6)>f(7)$ (B) $f(6)>f(9)$ (C) $f(7)>f(9)$ (D) $f(7)>f(10)$

10. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\left|\overrightarrow{AB}\right|+\left|\overrightarrow{BD}\right|+\left|\overrightarrow{DC}\right|=4$, $\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{BD}\right|+\left|\overrightarrow{BD}\right|\cdot\left|\overrightarrow{DC}\right|=4$, $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{DC}=0$, 则 $\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}\right)\cdot\overrightarrow{AC}$ 的值为 ( )



(A) 2 (B) $2\sqrt{2}$ (C) 4 (D) $4\sqrt{2}$

二、填空题

11. 复数 $\dfrac{2i}{2+i^3}$ 的虚部为______.

12. 已知 x, y 满足 $\begin{cases} x-y\leqslant 1, \\ 2x+y\leqslant 4, \\ x\geqslant 1, \end{cases}$ 则函数 $z=x+3y$ 的最大值是______.

13. 若函数 $f(x)=\sqrt{2^{x^2+2ax-a}-1}$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 则 a 的取值范围为______.

14. 设 $\{a_n\}$ 为公比 $q>1$ 的等比数列, 若 a_{2004} 和 a_{2006} 是方程 $4x^2-8x+3=0$ 的两根, 则 $a_{2006}+a_{2007}=$______.

15. 某校要求每位学生从 7 门课程中选修 4 门, 其中甲、乙两门课程不能都选, 则不同的选课方案有______种. (用数字作答)

16. 过双曲线 $x^2-y^2=4$ 的右焦点 F 作倾斜角为 $105°$ 的直线, 交双曲线于 P、Q 两点, 则 $|FP|\cdot|FQ|$ 的值为______.

三、解答题

17. 设 $f(x)=6\cos^2 x-\sqrt{3}\sin 2x$.

(1) 求 $f(x)$ 的最大值及最小正周期;

(2) 若锐角 α 满足 $f(\alpha)=3-2\sqrt{3}$, 求 $\tan\dfrac{4}{5}\alpha$ 的值.

18. 某单位有三辆汽车参加某种事故保险. 单位年初向保险公司缴纳每辆 900 元的保险金. 对在一年内发生此种事故的每辆汽车, 单位可获 9000 元的赔偿 (假设每辆车最多只赔偿一次). 设这三辆车在一年内发生此种事故的概率分别为 $\dfrac{1}{9}$、$\dfrac{1}{10}$、$\dfrac{1}{11}$, 且各车是否发生事故相互独立. 求一年内该单位在此保险中:

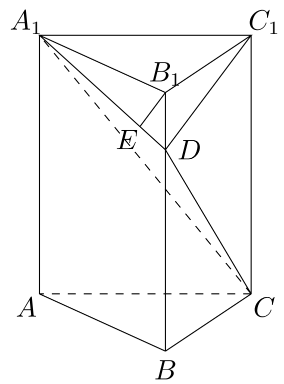
(1) 获赔的概率;

(2) 获赔金额 ξ 的分布列与期望.

19. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1=2$, $AB=1$, $\angle ABC=90°$; 点 D、E 分别在 BB_1、A_1D 上, 且 $B_1E\perp A_1D$, 四棱锥 $C-ABDA_1$ 与直三棱柱的体积之比为 $3:5$.

(1) 求异面直线 DE 与 B_1C_1 的距离;

(2) 若 $BC=\sqrt{2}$, 求二面角 $A_1-DC_1-B_1$ 的平面角的正切值.



20. 已知函数 $f(x)=ax^4\ln x+bx^4-c\ (x>0)$ 在 $x=1$ 处取得极值 $-3-c$, 其中 a, b, c 为常数.

(1) 试确定 a, b 的值;

(2) 讨论函数 $f(x)$ 的单调区间;

(3) 若对任意 $x>0$, 不等式 $f(x)\geqslant -2c^2$ 恒成立, 求 c 的取值范围.

21. 已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_1>1$, 且 $6S_n=(a_n+1)(a_n+2)$, $n\in\mathbf{N}_+$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_n\left(2^{b_n}-1\right)=1$, 并记 T_n 为 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 求证: $3T_n+1>\log_2(a_n+3)$, $n\in\mathbf{N}_+$.

22. 如图, 中心在原点 O 的椭圆的右焦点为 $F(3,0)$, 右准线 l 的方程为: $x=12$.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 在椭圆上任取三个不同点 P_1、P_2、P_3, 使 $\angle P_1FP_2=\angle P_2FP_3=\angle P_3FP_1$, 证明 $\dfrac{1}{|FP_1|}+\dfrac{1}{|FP_2|}+\dfrac{1}{|FP_3|}$ 为定值, 并求此定值.