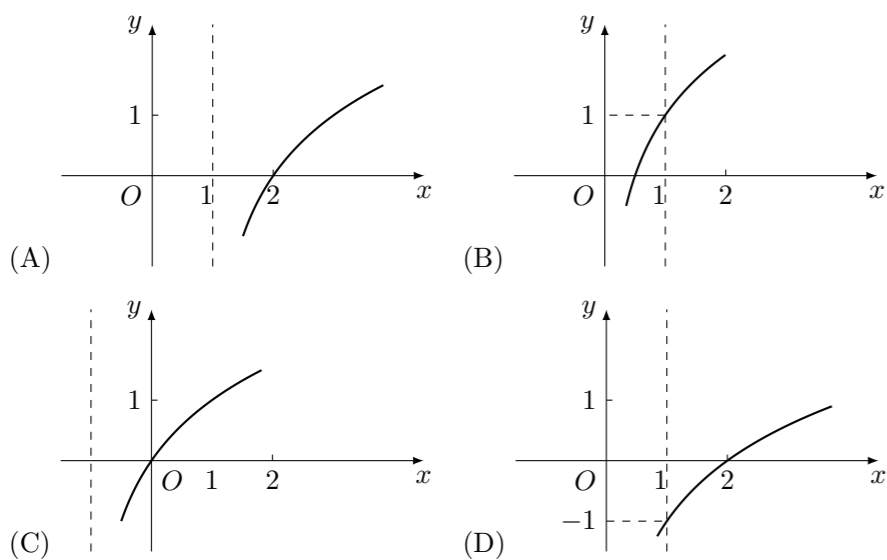


2007 普通高等学校招生考试 (陕西卷文)

一、选择题

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 $A = \{2, 3, 6\}$, 则集合 $\complement_U A$ 等于 ()
 (A) $\{1, 4\}$ (B) $\{4, 5\}$ (C) $\{1, 4, 5\}$ (D) $\{2, 3, 6\}$
2. 函数 $f(x) = \lg \sqrt{1-x^2}$ 的定义域为 ()
 (A) $[0, 1]$ (B) $(-1, 1)$
 (C) $[-1, 1]$ (D) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
3. 抛物线 $x^2 = y$ 的准线方程是 ()
 (A) $4x + 1 = 0$ (B) $4y + 1 = 0$ (C) $2x + 1 = 0$ (D) $2y + 1 = 0$
4. 已知 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$ 的值为 ()
 (A) $-\frac{3}{5}$ (B) $-\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{3}{5}$
5. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_2 = 2, S_4 = 10$, 则 S_6 等于 ()
 (A) 12 (B) 18 (C) 24 (D) 42
6. 某商场有四类食品, 其中粮食类、植物油类、动物性食品类以及果蔬类分别有 40 种、10 种、30 种、20 种, 现从中抽取一个容量为 20 的样本进行食品安全检测. 若采用分层抽样的方法抽取样本, 则抽取的植物油类与果蔬类食品种数之和是 ()
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7
7. $Rt\triangle ABC$ 的三个顶点在半径为 13 的球面上, 直角边的长分别为 6 和 8, 则球心到平面 ABC 的距离是 ()
 (A) 5 (B) 6 (C) 10 (D) 12
8. 设函数 $f(x) = 2^x + 1 (x \in \mathbf{R})$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 则函数 $y = f^{-1}(x)$ 的图象是 ()



9. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 以 C 的右焦点为圆心且与 C 的渐近线相切的圆的半径是 ()

(A) a (B) b (C) \sqrt{ab} (D) $\sqrt{a^2 + b^2}$

10. 已知 P 为平面 α 外一点, 直线 $l \subset \alpha$, 点 $Q \in l$, 记点 P 到平面 α 的距离为 a , 点 P 到直线 l 的距离为 b , 点 P, Q 之间的距离为 c , 则 ()

(A) $a \leq b \leq c$ (B) $c \leq a \leq b$ (C) $a \leq c \leq b$ (D) $b \leq c \leq a$

11. 给出如下三个命题:

- ① 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $ab \neq 0$, 若 $\frac{b}{a} > 1$, 则 $\frac{a}{b} < 1$;
- ② 四个非零实数 a, b, c, d 依次成等比数列的充要条件是 $ad = bc$;
- ③ 若 $f(x) = \log_2 x$, 则 $f(|x|)$ 是偶函数.

其中正确命题的序号是 ()

(A) ①② (B) ②③ (C) ①③ (D) ①②③

12. 某生物生长过程中, 在三个连续时段内的增长量都相等, 在各时段内平均增长速度分别为 v_1, v_2, v_3 , 该生物在所讨论的整个时段内的平均增长速度为 ()

(A) $\frac{v_1 + v_2 + v_3}{3}$ (B) $\frac{1}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3}}$

(C) $\sqrt[3]{v_1 v_2 v_3}$ (D) $\frac{3}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3}}$

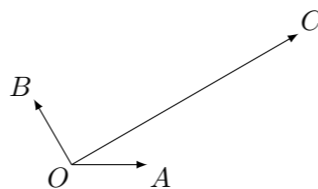
二、填空题

13. $(1 + 2x)^5$ 的展开式中 x^2 项的系数是_____. (用数字作答)

14. 已知实数 x, y 满足条件 $\begin{cases} x - 2y + 4 \geq 0, \\ 3x - y - 3 \leq 0, \\ x \geq 0, y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = x + 2y$ 的最大值为_____.

15. 安排 3 名支教教师去 4 所学校任教, 每校至多 2 人, 则不同的分配方案共有_____种. (用数字作答)

16. 如图, 平面内三个向量 $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$, 其中 \vec{OA} 与 \vec{OB} 的夹角为 120° , \vec{OA} 与 \vec{OC} 的夹角为 30° , 且 $|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = 1, |\vec{OC}| = 2\sqrt{3}$. 若 $\vec{OC} = \lambda \vec{OA} + \mu \vec{OB} (\lambda, \mu \in \mathbf{R})$, 则 $\lambda + \mu$ 的值为_____.



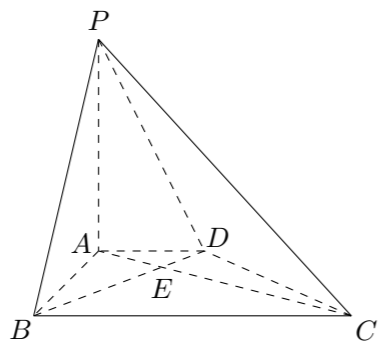
三、解答题

17. 设函数 $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, 其中向量 $\mathbf{a} = (m, \cos x), \mathbf{b} = (1 + \sin x, 1), x \in \mathbf{R}$, 且 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.
 (1) 求实数 m 的值;
 (2) 求函数 $f(x)$ 的最小值.

18. 某项选拔共有四轮考核, 每轮设有一个问题, 能正确回答问题者进入下一轮考核, 否则即被淘汰. 已知某选手能正确回答第一、二、三、四轮的问题的概率分别为 $\frac{4}{5}, \frac{3}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5}$, 且各轮问题能否正确回答互不影响.

- (1) 求该选手进入第四轮才被淘汰的概率;
- (2) 求该选手至多进入第三轮考核的概率.

19. 如图, 在底面为直角梯形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $PA = 3$, $AD = 2$, $AB = 2\sqrt{3}$, $BC = 6$.
- (1) 求证: $BD \perp$ 平面 PAC ;
 - (2) 求二面角 $P-BD-A$ 的大小.



21. 已知 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ 在区间 $[0, 1]$ 上是增函数, 在区间 $(-\infty, 0)$, $(1, +\infty)$ 上是减函数. 又 $f'(\frac{1}{2}) = \frac{3}{2}$.
- (1) 求 $f(x)$ 的解析式;
 - (2) 若在区间 $[0, m]$ ($m > 0$) 上恒有 $f(x) \leq x$ 成立, 求 m 的取值范围.

22. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 短轴一个端点到右焦点的距离为 $\sqrt{3}$.
- (1) 求椭圆 C 的方程;
 - (2) 设直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 坐标原点 O 到直线 l 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 求 $\triangle AOB$ 面积的最大值.

20. 已知实数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 其中 $a_7 = 1$, 且 $a_4, a_5 + 1, a_6$ 成等差数列.
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 - (2) 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和记为 S_n , 证明: $S_n < 128$ ($n = 1, 2, 3, \dots$).