

## 2008 普通高等学校招生考试 (上海卷文)

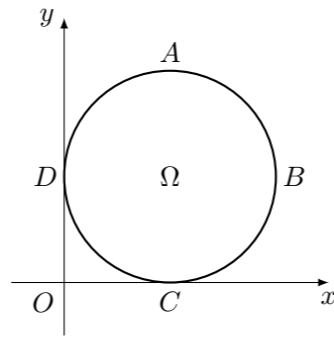
### 一、填空题

1. 不等式  $|x - 1| < 1$  的解集是\_\_\_\_\_.
2. 若集合  $A = \{x | x \leq 2\}$ 、 $B = \{x | x \geq a\}$  满足  $A \cap B = \{2\}$ , 则实数  $a =$ \_\_\_\_\_.
3. 若复数  $z$  满足  $z = i(2 - z)$  ( $i$  是虚数单位), 则  $z =$ \_\_\_\_\_.
4. 若函数  $f(x)$  的反函数为  $f^{-1}(x) = \log_2 x$ , 则  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.
5. 若向量  $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$  满足  $|\mathbf{a}| = 1$ 、 $|\mathbf{b}| = 2$ , 且  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ , 则  $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| =$ \_\_\_\_\_.
6. 若直线  $ax - y + 1 = 0$  经过抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点, 则实数  $a =$ \_\_\_\_\_.
7. 若  $z$  是实系数方程  $x^2 + 2x + p = 0$  的一个虚根, 且  $|z| = 2$ , 则  $p =$ \_\_\_\_\_.
8. 在平面直角坐标系中, 从五个点:  $A(0, 0)$ 、 $B(2, 0)$ 、 $C(1, 1)$ 、 $D(0, 2)$ 、 $E(2, 2)$  中任取三个, 这三点能构成三角形的概率是\_\_\_\_\_. (结果用分数表示)
9. 若函数  $f(x) = (x + a)(bx + 2a)$  (常数  $a, b \in \mathbf{R}$ ) 是偶函数, 且它的值域为  $(-\infty, 4]$ , 则该函数的解析式  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.
10. 已知总体的各个体的值由小到大依次为 2, 3, 3, 7,  $a$ ,  $b$ , 12, 13.7, 18.3, 20, 且总体的中位数为 10.5. 若要使该总体的方差最小, 则  $a$ 、 $b$  的取值分别是\_\_\_\_\_.
11. 在平面直角坐标系中, 点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的坐标分别为  $(0, 1)$ 、 $(4, 2)$ 、 $(2, 6)$ . 如果  $P(x, y)$  是  $\triangle ABC$  围成的区域 (含边界) 上的点, 那么当  $w = xy$  取到最大值时, 点  $P$  的坐标是\_\_\_\_\_.

### 二、选择题

12. 设  $P$  是椭圆  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  上的点. 若  $F_1$ 、 $F_2$  是椭圆的两个焦点, 则  $|PF_1| + |PF_2|$  等于 \_\_\_\_\_ ( )  
(A) 4                      (B) 5                      (C) 8                      (D) 10
13. 给定空间中的直线  $l$  及平面  $\alpha$ , 条件“直线  $l$  与平面  $\alpha$  内无数条直线都垂直”是“直线  $l$  与平面  $\alpha$  垂直”的 \_\_\_\_\_ ( )  
(A) 充分非必要条件                      (B) 必要非充分条件  
(C) 充要条件                      (D) 既非充分又非必要条件
14. 若数列  $\{a_n\}$  是首项为 1, 公比为  $a - \frac{3}{2}$  的无穷等比数列, 且  $\{a_n\}$  各项的和为  $a$ , 则  $a$  的值是 \_\_\_\_\_ ( )  
(A) 1                      (B) 2                      (C)  $\frac{1}{2}$                       (D)  $\frac{5}{4}$
15. 如图, 在平面直角坐标系中,  $\Omega$  是一个与  $x$  轴的正半轴、 $y$  轴的正半轴分别相切于点  $C$ 、 $D$  的定圆所围成区域 (含边界),  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  是该圆的四等分点. 若点  $P(x, y)$ 、点  $P'(x', y')$  满足  $x \leq x'$  且  $y \geq y'$ , 则称  $P$  优于  $P'$ .

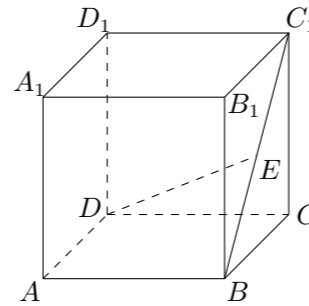
如果  $\Omega$  中的点  $Q$  满足: 不存在  $\Omega$  中的其它点优于  $Q$ , 那么所有这样的点  $Q$  组成的集合是劣弧 \_\_\_\_\_ ( )



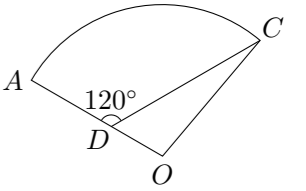
- (A)  $\widehat{AB}$                       (B)  $\widehat{BC}$                       (C)  $\widehat{CD}$                       (D)  $\widehat{DA}$

### 三、解答题

16. 如图, 在棱长为 2 的正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $E$  是  $BC_1$  的中点. 求直线  $DE$  与平面  $ABCD$  所成角的大小. (结果用反三角函数表示)



17. 如图, 某住宅小区的平面图呈扇形  $AOC$ . 小区的两个出入口设置在点  $A$  及点  $C$  处, 小区里有两条笔直的小路  $AD$ 、 $DC$ , 且拐弯处的转角为  $120^\circ$ . 已知某人从  $C$  沿  $CD$  走到  $D$  用了 10 分钟, 从  $D$  沿  $DA$  走到  $A$  用了 6 分钟. 若此人步行的速度为每分钟 50 米, 求该扇形的半径  $OA$  的长. (精确到 1 米)



18. 已知函数  $f(x) = \sin 2x$ ,  $g(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ , 直线  $x = t$  ( $t \in \mathbf{R}$ ) 与函数  $f(x)$ 、 $g(x)$  的图象分别交于  $M$ 、 $N$  两点.  
(1) 当  $t = \frac{\pi}{4}$  时, 求  $|MN|$  的值;  
(2) 求  $|MN|$  在  $t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  时的最大值.

19. 已知函数  $f(x) = 2^x - \frac{1}{2^{|x|}}$ .
- (1) 若  $f(x) = 2$ , 求  $x$  的值;
  - (2) 若  $2^t f(2t) + m f(t) \geq 0$  对于  $t \in [1, 2]$  恒成立, 求实数  $m$  的取值范围.
20. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ .
- (1) 求双曲线  $C$  的渐近线方程;
  - (2) 已知点  $M$  的坐标为  $(0, 1)$ . 设  $P$  是双曲线  $C$  上的点,  $Q$  是点  $P$  关于原点的对称点. 记  $\lambda = \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MQ}$ , 求  $\lambda$  的取值范围;
  - (3) 已知点  $D$ 、 $E$ 、 $M$  的坐标分别为  $(-2, -1)$ 、 $(2, -1)$ 、 $(0, 1)$ ,  $P$  为双曲线  $C$  上在第一象限内的点. 记  $l$  为经过原点与点  $P$  的直线,  $s$  为  $\triangle DEM$  截直线  $l$  所得线段的长. 试将  $s$  表示为直线  $l$  的斜率  $k$  的函数.
21. 已知数列  $\{a_n\}$ :  $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = r, a_{n+3} = a_n + 2$  ( $n$  是正整数), 与数列  $\{b_n\}$ :  $b_1 = 1, b_2 = 0, b_3 = -1, b_4 = 0, b_{n+4} = b_n$  ( $n$  是正整数). 记  $T_n = b_1 a_1 + b_2 a_2 + b_3 a_3 + \cdots + b_n a_n$ .
- (1) 若  $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{12} = 64$ , 求  $r$  的值;
  - (2) 求证: 当  $n$  是正整数时,  $T_{12n} = -4n$ ;
  - (3) 已知  $r > 0$ , 且存在正整数  $m$ , 使得在  $T_{12m+1}, T_{12m+2}, \cdots, T_{12m+12}$  中有 4 项为 100, 求  $r$  的值, 并指出哪 4 项为 100.