2008年普通高等学校招生全国统一考试（四川延期卷）

数　学（文史类）及答案

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，第Ⅰ卷第1至第2页，第Ⅱ卷第3至第4页。全卷满分150分，考试时间120分钟。

考生注意事项：

1. 答题前，务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的座位号、姓名，并认真核对答题卡上所粘贴的条形码中“座位号、姓名、科类”与本人座位号、姓名、科类是否一致。
2. 答第Ⅰ卷时，每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动、用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
3. 答第Ⅱ卷时，必须用0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上书写。在试题卷上作答无效。
4. 考试结束，监考员将试题卷和答题卡一并收回。

参考公式：

如果事件A、B互斥，那么

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件A、B相互独立，那么

$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

如果事件A在一次实验中发生的概率是p，那么

n次独立重复实验中事件A恰好发生k次的概率

$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k},(k=0,1,2,\cdots,n)$

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

其中R表示球的半径

球的体积公式

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中R表示球的半径

第Ⅰ卷

一．选择题：

1．设集合$A=\{-1,0,1\}$，A的子集中,含有元素0的子集共有(　)

（A）2个　　（B）4个　　（C）6个　　（D）9个

2．函数$y=\sqrt{1-x}+\lg x$的定义域为（　）

（A）$(0,+\infty)$　　（B）$(-\infty,1]$　　（C）$(-\infty,0)\cup[1,+\infty)$　　（D）$(0,1]$

3．$\left(1+\frac{1}{x}\right)(1+x)^4$的展开式中含$x^2$项的系数( )

（A）4　　（B）6　　（C）10　　（D）12

4．不等式$|x-2|<1$的解集为（　）

（A）$\{x|1<x<3\}$（B）$\{x|0<x<2\}$（C）$\{x|1<x<2\}$（D）$\{x|2<x<3\}$

5．已知$\tan\alpha=\frac{1}{2}$，则$\frac{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2}{\cos 2\alpha}=$(　)

（A）2　　（B）-2　　（C）3　　（D）-3

6．一个三棱锥的底面边长等于一个球的半径,该正三棱锥的高等于是这个球的直径,则球的体积与正三棱锥的体积的比值为(　)

（A）$\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$　　（B）$\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$　　（C）$\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$　　（D）$8\sqrt{3}\pi$

7．若点 P(2,0)到双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的一条渐线的距离为$\sqrt{2}$,则双曲线的离心率为()

（A）$\sqrt{2}$　　（B）$\sqrt{3}$　　（C）$2\sqrt{2}$　　（D）$2\sqrt{3}$

8．在一次读书活动中,一个同学从 4 本不同的科技书和 2 本不同的文艺书中任选 3 本,则所选的书中既有科技书又有文艺书的概率为()

（A）$\frac{1}{5}$　　（B）$\frac{1}{2}$　　（C）$\frac{2}{3}$　　（D）$\frac{4}{5}$

9 过点(0,1)的直线与圆$x^2+y^2=4$相交于 A、B 两点，则$|AB|$的最小值为()

（A）2　　（B）$2\sqrt{3}$　　（C）3　　（D）$2\sqrt{5}$

10．已知两个单位向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，$\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$与$\lambda\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$互相垂直的充要条件是()

（A）$\lambda=-\frac{\sqrt{3}}{2}或\lambda=\frac{\sqrt{3}}{2}$（B）$\lambda=-\frac{1}{2}或\lambda=\frac{1}{2}$（C）$\lambda$=－1 或$\lambda$=1（D）$\lambda$为任意实数

11．设函数$y=f(x)(x\in R)$的图像关于直线$x=0$及直线 x=1 对称,且$x\in[0,1]$时,$f(x)=x^2$,则$f\left(-\frac{3}{2}\right)=$

（A）$\frac{1}{2}$　　（B）$\frac{1}{4}$

（C）$\frac{3}{4}$　　（D）$\frac{9}{4}$

12．在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,E 是棱A_1B_1的中点，则A_1B与D_1E所成角的余弦值为

（A）$\frac{\sqrt{5}}{10}$　　（B）$\frac{\sqrt{10}}{10}$　　（C）$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　（D）$\frac{\sqrt{10}}{5}$

第Ⅱ卷

二．填空题：本大题共 4 个小题，每小题 4 分，共 16 分。把答案填在题中横线上。

13．函数$y=e^{x+1}-1(x\in R)$的反函数为 _____________。

14．函数$f(x)=\sqrt{3}\sin x-\cos^2 x$的最大值是_______。

15．设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n,且$S_5=a_5$.若$a_4\neq 0$,则$\frac{a_7}{a_4}=$ ________________。

16．已知$\angle AOB=90°$,C 为空间中一点,且$\angle AOC=\angle BOC=60°$.则直线 OC 与 AOB 平面所成角的正弦值为___________。

三．解答题：本大题共 6 个小题，共 74 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17．（本小题满分 12 分）

在△ABC 中,内角 A、B、C 对边的边长分别是a、b、c,已知$a^2+b^2=2b^2$.

(Ⅰ)若$B=\frac{\pi}{4}$,且 A 为钝角,求内角 A 与 C 的大小;

(Ⅱ)求$\sin B$的最大值.

18．（本小题满分 12 分）

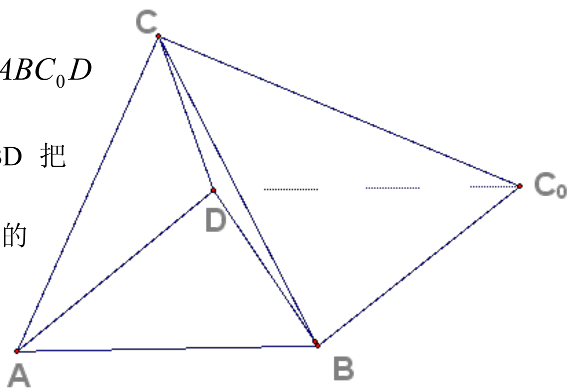
一条生产线上生产的产品按质量情况分为三类：A 类、B 类、C 类,检验员定时从该生产线上任取 2 件产品进行一次抽检,若发现其中含有 C 类产品或 2 件都是 B 类产品,就需要调整设备,否则不需要调整.已知该生产线上生产的每件产品为 A 类品,B 类品和 C 类品的概率分别为 0.9,0.05,和 0.05,且各伯产品的质量情况互不影响.

(Ⅰ) 求在一次抽检后,设备不需要调整的概率;

(Ⅱ)若检验员一天抽检 3 次,求一天中至少有一次需要调整设备的概率.

19．（本小题满分 12 分）

如图，一张平行四边形的硬纸片ABC_0D中，$AD=BD=1, AB=\sqrt{2}$.沿它的对角线 BD 把BDC_0折起,使点C_0到达平面ABC_0D外点 C 的位置.



（Ⅰ）证明：平面$ABC_0D\perp$平面CBC_0

（Ⅱ）当二面角 A－BD－C 为 120° 时,求 AC 的长.

20．（本小题满分 12 分）

在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1, 2a_{n+1}=\left(1+\frac{1}{n}\right)^2 a_n$.

（Ⅰ）证明数列$\left\{\frac{a_n}{n^2}\right\}$是等比数列，并求$\{a_n\}$的通项公式;

（Ⅱ）令$b_n=a_{n+1}-\frac{1}{2}a_n$, 求数列$\{b_n\}$的前 n 项和$S_n$;

(III) 求$\{a_n\}$的前 n 项和T_n.

21．（本小题满分 12 分）

已知椭圆C_1的中心和抛物线C_2的项点都在坐标原点 O, C_1和C_2有公共焦点 F,点 F 在x轴上,且C_1的长半轴上,

且C_1的长轴长、短轴长及点 F 到C_1右准线的距离成等比数列.

（Ⅰ）当 C_2 的准线与 C_1 右准线间的距离为 15 时,求 C_1 及 C_2 的方程　　；

（Ⅱ）设过点 F 且斜率为 1 的直线 l 交 C_1 于 P、Q 二两点,交 C_2 于 M、N 两点,当 $|MN|=8$ 时,求 $|PQ|$ 的值。

22．（本小题满分 14 分）

设函数 $f(x)=x^3-x^2-x+2.$

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的单调区间和极值；

（Ⅱ）当 $x\in[-1,2]$ 时,$-3\le af(x)+b\le 3,$ 求 $a-b$ 的最大值；

参考答案

一.(1)B　(2) D　(3)C　(4)A　(5)C　(6)A
(7)A　(8)D　(9)B　(10)C　(11)B　(12)B

二.(13) $y=\ln(x+1)-1(x>-1)$　(14) $\sqrt{3}$　(15)3　(16) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

三.解答题(17)解：(Ⅰ)由题设及正弦定理,有 $\sin^2 A+\sin^2 B=2\sin^2 B=1$. 故 $\sin^2 C=\cos^2 A$,因 A 为钝角,所以 $\sin C=-\cos A$.由 $\cos A=\cos\left(\pi-\dfrac{\pi}{4}-C\right)$,可得 $\sin C=\sin\left(\dfrac{\pi}{4}-C\right)$,

得 $C=\dfrac{\pi}{8},A=\dfrac{5\pi}{8}.$

(Ⅱ)由余弦定理及条件 $b^2=\dfrac{1}{2}\left(a^2+c^2\right)$,有 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2}{4ac}$,因 $a^2+c^2\ge 2ac$,所以 $\cos B\ge\dfrac{1}{2}$,

故 $\sin B\le\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

当 $a=c$ 时,等号成立,从而,$\sin B$ 最大值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

18.解：设 A_i 表示事件“在一次抽检中抽到的第 i 件产品为 A 类品”, $i=1,2$.

B_i 表示事件“一次抽检中抽到的第 i 件产吕为类品”， $i=1,2$.

C 表示事件“一次抽检后,设备不需要调整”.

则　　$C=A_1A_2+A_1B_2+B_1A_2.$

由已知　　$p(A_i)=0.9,P(B_i)=0.05,\ i=1,2.$

所以,所求的概率为

$P(C)=P(A_1\cdot A_2)+P(A_1\cdot B_2)+P(B_1\cdot A_2)=0.9^2+2\times0.9\times0.05=0.9.$

(Ⅱ)由(Ⅰ)知一次抽检后,设备需要调整的概率为

$P(C)=0.9$,

故所求的概率为$1-0.9^3=0.271$.

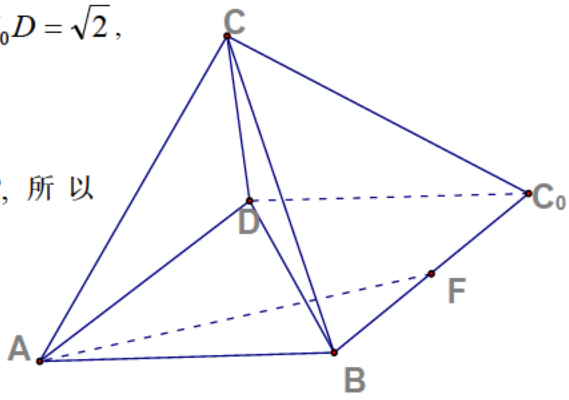
19.(Ⅰ)证明：因为$AD=BC_0=BD=1, AB=C_0D=\sqrt{2}$,

所以$\angle DBC_0=90°, \angle ADB=90°$.

因为折叠过程中，$\angle DBC=\angle DBC_0=90°$, 所以

$DB\perp BC$,又$DB\perp BC_0$,

故$DB\perp$平面CBC_0.



又$DB\subset$平面ABC_0D,∴平面$ABC_0D\perp$平面CBC_0.

(Ⅱ)解法一：如图,由(Ⅰ)知$BC\perp DB, BC_0\perp DB$,所以$\angle CBC_0$是二面角$C-BD-C_0$的平面角,由已知得

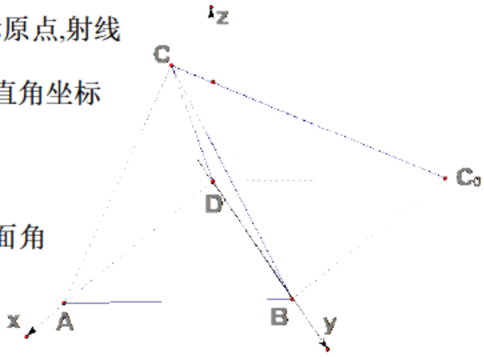
$\angle CBC_0=60°$. 作$CF\perp C_0B$垂足为 F,由$BC=BC_0=1$,SK TJ $CF=\dfrac{\sqrt{3}}{2}, BF=\dfrac{1}{2}$,连结 AF,在△ABF

中,$AF^2=\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2-2\times\sqrt{2}\times\dfrac{1}{2}\times\cos135°=\dfrac{13}{4}$.

因为平面平面$ABC_0D\perp$平面CBC_0,所以$CF\perp$平面ABC_0D,可知$CF\perp AF$,

在△AFC 中,$AC=\sqrt{AF^2+CF^2}=\sqrt{\dfrac{13}{4}+\dfrac{3}{4}}=2$..

解法二：由已知得$\angle ADB=DBC_0=90°$,以 D 为坐标原点,射线 DA,DB 分别为x轴正半轴和 y 轴正半轴,建立如图的空间直角坐标系$D-xyz$,则 A(1,0,0),B(0,1,0),$C_0(-1,1,0)$,D(0,0,0).



由(Ⅰ)可知$BC\perp DB, BC_0\perp DB$,所以$\angle CBC_0$是二面角$C-BD-C_0$的平面角，由已知得$\angle CBC_0=60°$,故点 C 的坐标为$\left(\dfrac{1}{2},1,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

$\therefore\left|\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{\left(-\dfrac{1}{2}-1\right)^2+1^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=2$.即 AC 的长为 2.

20.解：(Ⅰ)由条件得 $\frac{a_{n+1}}{(n+1)^2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{a_n}{n^2}$,,又 n=1 时,$\frac{a_n}{n^2}=1$,

故数列$\left\{\frac{a_n}{n^2}\right\}$构成首项为 1,公比为$\frac{1}{2}$的等比数列.

从而$\frac{a_n}{n^2}=\frac{1}{2^{n-1}}$,即$a_n=\frac{n^2}{2^{n-1}}$.

(Ⅱ)由$b_n=\frac{(n+1)^2}{2^n}-\frac{n^2}{2^n}=\frac{2n+1}{2^n}$

得$S_n=\frac{3}{2}+\frac{5}{2^2}+\cdots+\frac{2n+1}{2^n}$, $\frac{1}{2}S_n=\frac{3}{2^2}+\frac{5}{2^3}+\cdots+\frac{2n-1}{2^n}+\frac{2n+1}{2^{n+1}}$,

两式相减得$\frac{1}{2}S_n=\frac{3}{2}+2\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n}\right)-\frac{2n+1}{2^{n+1}}$,

所以$S_n=5-\frac{2n+5}{2^n}$.

(III)由$S_n=(a_2+a_3+\cdots+a_{n+1})-\frac{1}{2}(a_1+a_2+\cdots+a_n)$得

$T_n-a_1+a_{n+1}-\frac{1}{2}T_n=S_n$.

所以$T_n=2S_n+2a_1-2a_{n+1}=12-\frac{n^2+4n+6}{2^{n-1}}$.

21.解：(Ⅰ)设$C_1:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$,其半焦距为$c(c>0)$.

则$C_2:y^2=4cx$.

由条件知$(2b)^2=2a\left(\frac{a^2}{c}-c\right)$,得$a=2c$.

C_1的右准线方程为$x=\frac{a^2}{c}$,即$x=4c$.

C_2的准线方程为$x=-c$.

由条件知$5c=15$,所以$c=3$,故$a=6,b=3\sqrt{3}$.

从而$C_1:\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{27}=1$, $C_2:y^2=12x$.

(Ⅱ)由题设知$l:y=x-c$,设$M(x_1,y_1),N(x_1,y_1),p(x_1,y_1),Q(x_1,y_1)$.

由(Ⅰ)知, $C_1:\dfrac{x^2}{4c^2}+\dfrac{y^2}{3c^2}=1$, 即 $3x^2+4y^2=12c^2$.

由 $\begin{cases}3x^2+4y^2=12c^2,\\ y=x-c,\end{cases}$ 知 x_3,x_4 满足 $7x^2-8cx-8c^2=0$,

从而 $|PQ|=\sqrt{(x_3-x_4)^2+(y_3-y_4)^2}=\sqrt{2}|x_3-x_4|$

$=\dfrac{24}{7}c$,

由条件 $|PQ|=\dfrac{36}{7}$, 得 $c=\dfrac{3}{2}$.

故 $C_2:y^2=6x$.

由 $\begin{cases}y^2=6x,\\ y=x-\dfrac{3}{2},\end{cases}$ 得 $x^2-9x+\dfrac{9}{4}=0$, 所以 $x_1+x_2=9$,

于是 $|MN|=|MF|+|FN|=x_1+x_2+2c=12$.

22.解：(Ⅰ) $f'(x)=3x^2-2x-1=(3x+1)(x-1)$.

于是当 $x\in\left(-\dfrac{1}{3},1\right)$ 时, $f'(x)<0$; $x\in\left(-\infty,-\dfrac{1}{3}\right)\cup(1,+\infty)$ 时, $f'(x)>0$.

故 $f(x)$ 在 $\left(-\dfrac{1}{3},1\right)$ 单调减少, 在 $\left(-\infty,-\dfrac{1}{3}\right),(1,+\infty)$ 单调增加. 当 $x=1$ 时, $f(x)$ 的极小值 $f(1)=1$. 当 $x=-\dfrac{1}{3}$ 时, $f(x)$ 取得极大值为 $f\left(-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{59}{27}$.

(Ⅱ)

根据(Ⅰ)及, $f(1)=1$, $f(2)=4$, $f(x)$ 在[-1,2]的最大值为4,最小值为1.

因此, 当 $x\in[-1,2]$ 时, $-3\le af(x)+b\le 3$ 的充要条件是

$\begin{cases}-3\le 4a+b\le 3,\\ -3\le a+b\le 3,\end{cases}$ 即 a,b 满足约束条件 $\begin{cases}a+b\ge -3,\\ a+b\le 3,\\ 4a+b\ge -3,\\ 4a+b\le 3.\end{cases}$

由线性规划知, $a-b$ 的最大值为 7.