

2008 普通高等学校招生考试 (四川卷理)

一、选择题

1. 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $\complement_U(A \cap B) =$ ()
 (A) $\{2, 3\}$ (B) $\{1, 4, 5\}$ (C) $\{4, 5\}$ (D) $\{1, 5\}$
2. 复数 $2i(1+i)^2 =$ ()
 (A) -4 (B) 4 (C) $-4i$ (D) $4i$
3. $(\tan x + \cot x) \cos^2 x =$ ()
 (A) $\tan x$ (B) $\sin x$ (C) $\cos x$ (D) $\cot x$
4. 直线 $y = 3x$ 绕原点逆时针旋转 90° , 再向右平移 1 个单位, 所得到的直线为 ()
 (A) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ (B) $y = -\frac{1}{3}x + 1$ (C) $y = 3x - 3$ (D) $y = \frac{1}{3}x + 1$
5. 若 $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, $\sin \alpha > \sqrt{3} \cos \alpha$, 则 α 的取值范围是 ()
 (A) $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$ (B) $(\frac{\pi}{3}, \pi)$ (C) $(\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3})$ (D) $(\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{2})$
6. 从甲、乙等 10 个同学中挑选 4 名参加某项公益活动, 要求甲、乙中至少有 1 人参加, 则不同的挑选方法共有 ()
 (A) 70 种 (B) 112 种 (C) 140 种 (D) 168 种
7. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中 $a_2 = 1$, 则其前 3 项的和 S_3 的取值范围是 ()
 (A) $(-\infty, -1]$ (B) $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$
 (C) $[3, +\infty)$ (D) $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$
8. 设 M, N 是球心 O 的半径 OP 上的两点, 且 $NP = MN = OM$, 分别过 N, M, O 作垂直于 OP 的平面, 截球面得三个圆, 则这三个圆的面积之比为 ()
 (A) $3:5:6$ (B) $3:6:8$ (C) $5:7:9$ (D) $5:8:9$
9. 设直线 $l \subset$ 平面 α , 过平面 α 外一点 A 与 l, α 都成 30° 角的直线有且只有 ()
 (A) 1 条 (B) 2 条 (C) 3 条 (D) 4 条
10. 设 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$, 其中 $\omega > 0$, 则 $f(x)$ 是偶函数的充要条件是 ()
 (A) $f(0) = 1$ (B) $f(0) = 0$ (C) $f'(0) = 1$ (D) $f'(0) = 0$
11. 设定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) \cdot f(x+2) = 13$, 若 $f(1) = 2$, 则 $f(99) =$ ()
 (A) 13 (B) 2 (C) $\frac{13}{2}$ (D) $\frac{2}{13}$
12. 已知抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点为 F , 准线与 x 轴的交点为 K , 点 A 在 C 上且 $|AK| = \sqrt{2}|AF|$, 则 $\triangle AFK$ 的面积为 ()
 (A) 4 (B) 8 (C) 16 (D) 32

二、填空题

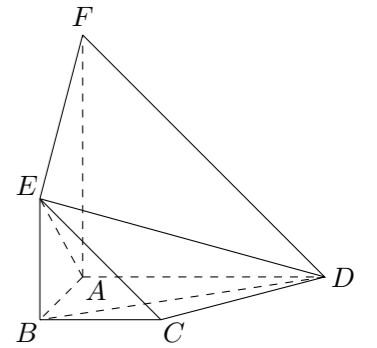
13. $(1+2x)^3(1-x)^4$ 展开式中 x^2 的系数为_____.
14. 已知直线 $l: x-y+4=0$ 与圆 $C: (x-1)^2+(y-1)^2=2$, 则 C 上各点到 l 的距离的最小值为_____.
15. 已知正四棱柱的对角线的长为 $\sqrt{6}$, 且对角线与底面所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 则该正四棱柱的体积等于_____.
16. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_4 \geq 10, S_5 \leq 15$, 则 a_4 的最大值为_____.

三、解答题

17. 求函数 $y = 7 - 4 \sin x \cos x + 4 \cos^2 x - 4 \cos^4 x$ 的最大值与最小值.

18. 设进入某商场的每一位顾客购买甲种商品的概率为 0.5, 购买乙种商品的概率为 0.6, 且购买甲种商品与购买乙种商品相互独立, 各顾客之间购买商品也是相互独立的.
 (1) 求进入商场的 1 位顾客购买甲、乙两种商品中的一种的概率;
 (2) 求进入商场的 1 位顾客至少购买甲、乙两种商品中的一种的概率;
 (3) 记 ξ 表示进入商场的 3 位顾客中至少购买甲、乙两种商品中的一种的人数, 求 ξ 的分布列及期望.

19. 如图, 平面 $ABEF \perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ABEF$ 与 $ABCD$ 都是直角梯形, $\angle BAD = \angle FAB = 90^\circ$, $BC \parallel \frac{1}{2}AD$, $BE \parallel \frac{1}{2}AF$.
 (1) 证明: C, D, F, E 四点共面;
 (2) 设 $AB = BC = BE$, 求二面角 $A-ED-B$ 的大小.



20. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $ba_n - 2^n = (b-1)S_n$.

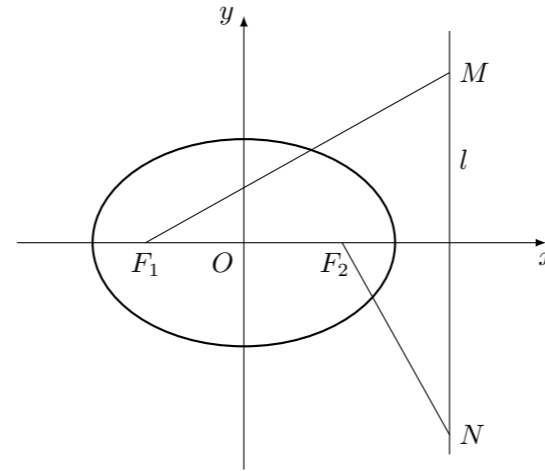
(1) 证明: 当 $b=2$ 时, $\{a_n - n \cdot 2^{n-1}\}$ 是等比数列;

(2) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

21. 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 右准线为 l , M, N 是 l 上的两个动点, $\overrightarrow{F_1M} \cdot \overrightarrow{F_2N} = 0$.

(1) 若 $|\overrightarrow{F_1M}| = |\overrightarrow{F_2N}| = 2\sqrt{5}$, 求 a, b 的值;

(2) 证明: 当 $|MN|$ 取最小值时, $\overrightarrow{F_1M} + \overrightarrow{F_2N}$ 与 $\overrightarrow{F_1F_2}$ 共线.



22. 已知 $x=3$ 是函数 $f(x) = a \ln(1+x) + x^2 - 10x$ 的一个极值点.

(1) 求 a ;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(3) 若直线 $y=b$ 与函数 $y=f(x)$ 的图象有 3 个交点, 求 b 的取值范围.