2008 普通高等学校招生考试 (大纲卷 I 文)

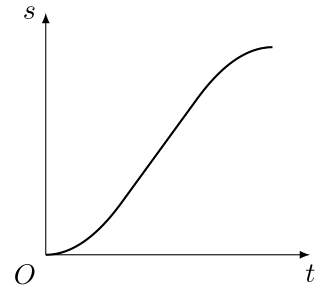
一、选择题

1. 函数 $y=\sqrt{1-x}+\sqrt{x}$ 的定义域为 ( )

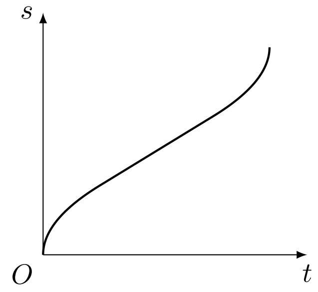
(A) $\{x \mid x \leqslant 1\}$　(B) $\{x \mid x \geqslant 0\}$

(C) $\{x \mid x \geqslant 1$ 或 $x \leqslant 0\}$　(D) $\{x \mid 0 \leqslant x \leqslant 1\}$

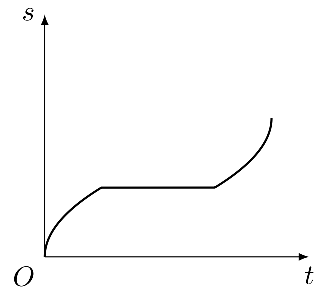
2. 汽车经过启动、加速行驶、匀速行驶、减速行驶之后停车, 若把这一过程中汽车的行驶路程 s 看作时间 t 的函数, 其图象可能是 ( )



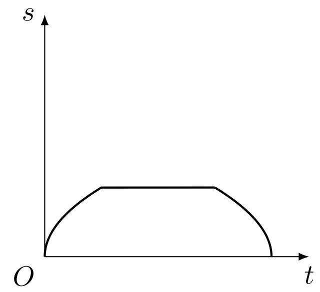
(A)



(B)



(C)



(D)

3. $\left(1+\dfrac{x}{2}\right)^5$ 的展开式中 x^2 的系数为 ( )

(A) 10　(B) 5　(C) $\dfrac{5}{2}$　(D) 1

4. 曲线 $y=x^3-2x+4$ 在点 $(1,3)$ 处的切线的倾斜角为 ( )

(A) 30°　(B) 45°　(C) 60°　(D) 120°

5. 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{c}$, $\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$. 若点 D 满足 $\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$, 则 $\overrightarrow{AD}=$( )

(A) $\dfrac{2}{3}\boldsymbol{b}+\dfrac{1}{3}\boldsymbol{c}$　(B) $\dfrac{5}{3}\boldsymbol{c}-\dfrac{2}{3}\boldsymbol{b}$　(C) $\dfrac{2}{3}\boldsymbol{b}-\dfrac{1}{3}\boldsymbol{c}$　(D) $\dfrac{1}{3}\boldsymbol{b}+\dfrac{2}{3}\boldsymbol{c}$

6. $y=(\sin x-\cos x)^2-1$ 是 ( )

(A) 最小正周期为 2π 的偶函数　(B) 最小正周期为 2π 的奇函数

(C) 最小正周期为 π 的偶函数　(D) 最小正周期为 π 的奇函数

7. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_2=3$, $a_2+a_3=6$, 则 $a_7=$ ( )

(A) 64　(B) 81　(C) 128　(D) 243

8. 若函数 $y=f(x)$ 的图象与函数 $y=\ln\sqrt{x}+1$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称, 则 $f(x)=$ ( )

(A) e^{2x-2}　(B) e^{2x}　(C) e^{2x+1}　(D) e^{2x+2}

9. 为得到函数 $y=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 只需将函数 $y=\sin x$ 的图象 ( )

(A) 向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个长度单位　(B) 向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个长度单位

(C) 向左平移 $\dfrac{5\pi}{6}$ 个长度单位　(D) 向右平移 $\dfrac{5\pi}{6}$ 个长度单位

10. 若直线 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 有公共点, 则 ( )

(A) $a^2+b^2 \leqslant 1$　(B) $a^2+b^2 \geqslant 1$　(C) $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2} \leqslant 1$　(D) $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2} \geqslant 1$

11. 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱与底面边长都相等, A_1 在底面 ABC 内的射影为 $\triangle ABC$ 的中心, 则 AB_1 与底面 ABC 所成角的正弦值等于 ( )

(A) $\dfrac{1}{3}$　(B) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　(C) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　(D) $\dfrac{2}{3}$

12. 将 1, 2, 3 填入 3×3 的方格中, 要求每行、每列都没有重复数字, 下面是一种填法, 则不同的填写方法共有 ( )

1	2	3
3	1	2
2	3	1

(A) 6 种　(B) 12 种　(C) 24 种　(D) 48 种

二、填空题

13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geqslant 0, \\ x-y+3 \geqslant 0, \\ 0 \leqslant x \leqslant 3, \end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的最大值为______.

14. 已知抛物线 $y=ax^2-1$ 的焦点是坐标原点, 则以抛物线与两坐标轴的三个交点为顶点的三角形面积为______.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, $\tan B=\dfrac{3}{4}$. 若以 A、B 为焦点的椭圆经过点 C, 则该椭圆的离心率 $e=$______.

16. 已知菱形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $\angle A=120^\circ$, 沿对角线 BD 将 $\triangle ABD$ 折起, 使二面角 $A-BD-C$ 为 120°, 则点 A 到 $\triangle BCD$ 所在平面的距离等于______.

三、解答题

17. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A、B、C 所对的边长分别为 a、b、c, 且 $a\cos B=3$, $b\sin A=4$.

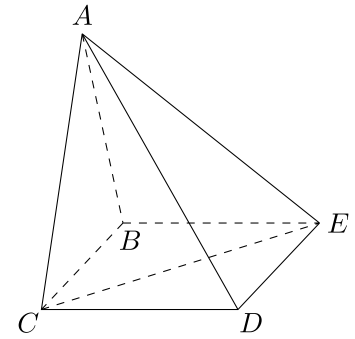
(1) 求边长 a;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S=10$, 求 $\triangle ABC$ 的周长 l.

18. 四棱锥 $A-BCDE$ 中, 底面 $BCDE$ 为矩形, 侧面 $ABC \perp$ 底面 $BCDE$, $BC=2$, $CD=\sqrt{2}$, $AB=AC$.

(1) 证明: $AD \perp CE$;

(2) 设侧面 ABC 为等边三角形, 求二面角 $C-AD-E$ 的大小.



19. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $a_{n+1}=2a_n+2^n$.

(1) 设 $b_n=\dfrac{a_n}{2^{n-1}}$. 证明: 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

20. 已知 5 只动物中有 1 只患有某种疾病, 需要通过化验血液来确定患病的动物. 血液化验结果呈阳性的即为患病动物, 呈阴性即没患病. 下面是两种化验方案:
方案甲: 逐个化验, 直到能确定患病动物为止.
方案乙: 先任取 3 只, 将它们的血液混在一起化验. 若结果呈阳性则表明患病动物为这 3 只中的 1 只, 然后再逐个化验, 直到能确定患病动物为止; 若结果呈阴性则在另外 2 只中任取 1 只化验.
求依方案甲所需化验次数不少于依方案乙所需化验次数的概率.

21. 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+x+1$, $a\in\mathbf{R}$.
(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调区间;
(2) 设函数 $f(x)$ 在区间 $\left(-\dfrac{2}{3},-\dfrac{1}{3}\right)$ 内是减函数, 求 a 的取值范围.

22. 双曲线的中心为原点 O, 焦点在 x 轴上, 两条渐近线分别为 l_1, l_2, 经过右焦点 F 垂直于 l_1 的直线分别交 l_1, l_2 于 A, B 两点. 已知 $\left|\overrightarrow{OA}\right|$、$\left|\overrightarrow{AB}\right|$、$\left|\overrightarrow{OB}\right|$ 成等差数列, 且 $\overrightarrow{BF}$ 与 $\overrightarrow{FA}$ 同向.
(1) 求双曲线的离心率;
(2) 设 AB 被双曲线所截得的线段的长为 4, 求双曲线的方程.