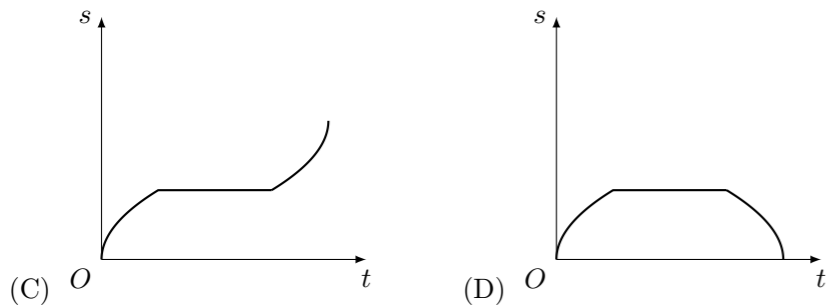
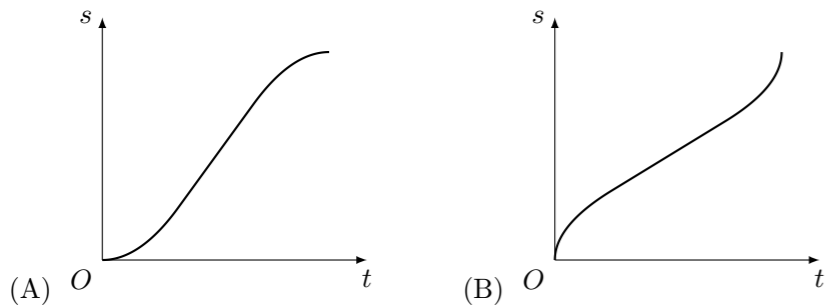


# 2008 普通高等学校招生考试 (大纲卷 I 理)

## 一、选择题

1. 函数  $y = \sqrt{x(x-1)} + \sqrt{x}$  的定义域为 ( )  
 (A)  $\{x | x \geq 0\}$  (B)  $\{x | x \geq 1\}$   
 (C)  $\{x | x \geq 1\} \cup \{0\}$  (D)  $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$

2. 汽车经过启动、加速行驶、匀速行驶、减速行驶之后停车,若把这一过程中汽车的行驶路程  $s$  看作时间  $t$  的函数,其图象可能是 ( )



3. 在  $\triangle ABC$  中,  $\overrightarrow{AB} = \mathbf{c}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$ . 若点  $D$  满足  $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$ , 则  $\overrightarrow{AD} =$  ( )  
 (A)  $\frac{2}{3}\mathbf{b} + \frac{1}{3}\mathbf{c}$  (B)  $\frac{5}{3}\mathbf{c} - \frac{2}{3}\mathbf{b}$  (C)  $\frac{2}{3}\mathbf{b} - \frac{1}{3}\mathbf{c}$  (D)  $\frac{1}{3}\mathbf{b} + \frac{2}{3}\mathbf{c}$

4. 设  $a \in \mathbf{R}$ , 且  $(a+i)^2 i$  为正实数, 则  $a =$  ( )  
 (A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -1

5. 已知等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_2 + a_4 = 4$ ,  $a_3 + a_5 = 10$ , 则它的前 10 项的和  $S_{10} =$  ( )  
 (A) 138 (B) 135 (C) 95 (D) 23

6. 若函数  $y = f(x-1)$  的图象与函数  $y = \ln \sqrt{x} + 1$  的图象关于直线  $y = x$  对称, 则  $f(x) =$  ( )  
 (A)  $e^{2x-1}$  (B)  $e^{2x}$  (C)  $e^{2x+1}$  (D)  $e^{2x+2}$

7. 设曲线  $y = \frac{x+1}{x-1}$  在点  $(3, 2)$  处的切线与直线  $ax + y + 1 = 0$  垂直, 则  $a =$  ( )  
 (A) 2 (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $-\frac{1}{2}$  (D) -2

8. 为得到函数  $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  的图象, 只需将函数  $y = \sin 2x$  的图象 ( )

- (A) 向左平移  $\frac{5\pi}{12}$  个长度单位 (B) 向右平移  $\frac{5\pi}{12}$  个长度单位  
 (C) 向左平移  $\frac{5\pi}{6}$  个长度单位 (D) 向右平移  $\frac{5\pi}{6}$  个长度单位

9. 设奇函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上为增函数, 且  $f(1) = 0$ , 则不等式  $\frac{f(x) - f(-x)}{x} < 0$  的解集为 ( )

- (A)  $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$  (B)  $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$   
 (C)  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$  (D)  $(-1, 0) \cup (0, 1)$

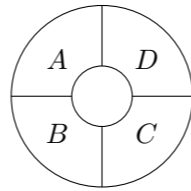
10. 若直线  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  通过点  $M(\cos \alpha, \sin \alpha)$ , 则 ( )

- (A)  $a^2 + b^2 \leq 1$  (B)  $a^2 + b^2 \geq 1$  (C)  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \leq 1$  (D)  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq 1$

11. 已知三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的侧棱与底面边长都相等,  $A_1$  在底面  $ABC$  内的射影为  $\triangle ABC$  的中心, 则  $AB_1$  与底面  $ABC$  所成角的正弦值等于 ( )

- (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (D)  $\frac{2}{3}$

12. 如图, 一环形花坛分成  $A, B, C, D$  四块, 现有 4 种不同的花供选种, 要求在每块里种 1 种花, 且相邻的 2 块种不同的花, 则不同的种法总数为 ( )



- (A) 96 (B) 84 (C) 60 (D) 48

## 二、填空题

13. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+y \geq 0, \\ x-y+3 \geq 0, \\ 0 \leq x \leq 3, \end{cases}$  则  $z = 2x - y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

14. 已知抛物线  $y = ax^2 - 1$  的焦点是坐标原点, 则以抛物线与两坐标轴的三个交点为顶点的三角形面积为\_\_\_\_\_.

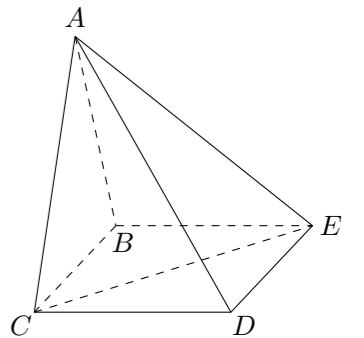
15. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = BC$ ,  $\cos B = -\frac{7}{18}$ . 若以  $A, B$  为焦点的椭圆经过点  $C$ , 则该椭圆的离心率  $e =$ \_\_\_\_\_.

16. 等边三角形  $ABC$  与正方形  $ABDE$  有一公共边  $AB$ , 二面角  $C-AB-D$  的余弦值为  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $M, N$  分别是  $AC, BC$  的中点, 则  $EM, AN$  所成角的余弦值等于\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

17. 设  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边长分别为  $a, b, c$ , 且  $a \cos B - b \cos A = \frac{3}{5}c$ .  
 (1) 求  $\tan A \cot B$  的值;  
 (2) 求  $\tan(A - B)$  的最大值.

18. 四棱锥  $A-BCDE$  中, 底面  $BCDE$  为矩形, 侧面  $ABC \perp$  底面  $BCDE$ ,  $BC = 2, CD = \sqrt{2}, AB = AC$ .  
 (1) 证明:  $AD \perp CE$ ;  
 (2) 设  $CE$  与平面  $ABE$  所成的角为  $45^\circ$ , 求二面角  $C-AD-E$  的大小.



19. 已知函数  $f(x) = x^3 + ax^2 + x + 1$ ,  $a \in \mathbf{R}$ .

(1) 讨论函数  $f(x)$  的单调区间;

(2) 设函数  $f(x)$  在区间  $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$  内是减函数, 求  $a$  的取值范围.

20. 已知 5 只动物中有 1 只患有某种疾病, 需要通过化验血液来确定患病的动物. 血液化验结果呈阳性的即为患病动物, 呈阴性即没患病. 下面是两种化验方案:

方案甲: 逐个化验, 直到能确定患病动物为止.

方案乙: 先任取 3 只, 将它们的血液混在一起化验. 若结果呈阳性则表明患病动物为这 3 只中的 1 只, 然后再逐个化验, 直到能确定患病动物为止; 若结果呈阴性则在另外 2 只中任取 1 只化验.

(1) 求依方案甲所需化验次数不少于依方案乙所需化验次数的概率;

(2)  $\xi$  表示依方案乙所需化验次数, 求  $\xi$  的期望.

21. 双曲线的中心为原点  $O$ , 焦点在  $x$  轴上, 两条渐近线分别为  $l_1, l_2$ , 经过右焦点  $F$  垂直于  $l_1$  的直线分别交  $l_1, l_2$  于  $A, B$  两点. 已知  $|\overrightarrow{OA}|, |\overrightarrow{AB}|, |\overrightarrow{OB}|$  成等差数列, 且  $\overrightarrow{BF}$  与  $\overrightarrow{FA}$  同向.

(1) 求双曲线的离心率;

(2) 设  $AB$  被双曲线所截得的线段的长为 4, 求双曲线的方程.

22. 设函数  $f(x) = x - x \ln x$ . 数列  $\{a_n\}$  满足  $0 < a_1 < 1, a_{n+1} = f(a_n)$ .

(1) 证明: 函数  $f(x)$  在区间  $(0, 1)$  是增函数;

(2) 证明:  $a_n < a_{n+1} < 1$ ;

(3) 设  $b \in (a_1, 1)$ , 整数  $k \geq \frac{a_1 - b}{a_1 \ln b}$ . 证明:  $a_{k+1} > b$ .