2008 普通高等学校招生考试 (山东卷文)

一、选择题

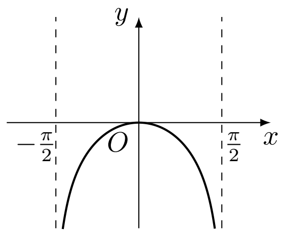
1. 满足 $M\subseteq\{a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4\}$, 且 $M\cap\{a_1,\ a_2,\ a_3\}=\{a_1,\ a_2\}$ 的集合 M 的个数是 ( )

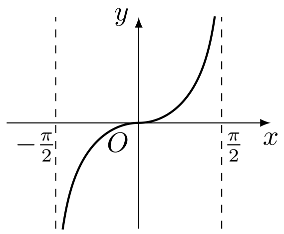
(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4

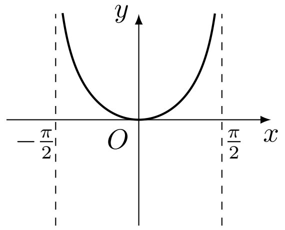
2. 设 z 的共轭复数是 $\overline{z}$, 或 $z+\overline{z}=4$, $z\cdot\overline{z}=8$, 则 $\dfrac{\overline{z}}{z}$ 等于 ( )

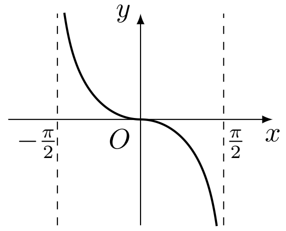
(A) i　(B) $-$i　(C) ±1　(D) $\pm$i

3. 函数 $y=\ln\cos x\ \left(-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的图象是 ( )

(A)


(B)


(C)


(D)


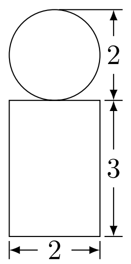
4. 给出命题: 若函数 $y=f(x)$ 是幂函数, 则函数 $y=f(x)$ 的图象不过第四象限. 在它的逆命题、否命题、逆否命题三个命题中, 真命题的个数是( )

(A) 3　(B) 2　(C) 1　(D) 0

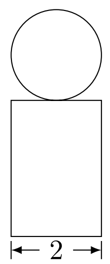
5. 设函数 $f(x)=\begin{cases}1-x^2, & x\leqslant1,\\ x^2+x-2, & x>1,\end{cases}$ 则 $f\left(\dfrac{1}{f(2)}\right)$ 的值为 ( )

(A) $\dfrac{15}{16}$　(B) $-\dfrac{27}{16}$　(C) $\dfrac{8}{9}$　(D) 18

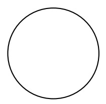
6. 如图是一个几何体的三视图, 根据图中数据, 可得该几何体的表面积是( )



正 (主) 视图



侧 (左) 视图


俯视图

(A) 9π　(B) 10π　(C) 11π　(D) 12π

7. 不等式 $\dfrac{x+5}{(x-1)^2}\geqslant2$ 的解集是 ( )

(A) $\left[-3,\dfrac{1}{2}\right]$　(B) $\left[-\dfrac{1}{2},3\right]$

(C) $\left[\dfrac{1}{2},1\right)\cup(1,3]$　(D) $\left[-\dfrac{1}{2},1\right)\cup(1,3]$

8. 已知 a, b, c 为 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 的对边, 向量 $\boldsymbol{m}=(\sqrt{3},-1)$, $\boldsymbol{n}=(\cos A,\sin A)$. 若 $\boldsymbol{m}\perp\boldsymbol{n}$, 且 $a\cos B+b\cos A=c\sin C$, 则角 A, B 的大小分别为 ( )

(A) $\dfrac{\pi}{6}$, $\dfrac{\pi}{3}$　(B) $\dfrac{2\pi}{3}$, $\dfrac{\pi}{6}$　(C) $\dfrac{\pi}{3}$, $\dfrac{\pi}{6}$　(D) $\dfrac{\pi}{3}$, $\dfrac{\pi}{3}$

9. 从某项综合能力测试中抽取 100 人的成绩, 统计如表, 则这 100 人成绩的标准差为 ( )

分数	5	4	3	2	1
人数	20	10	30	30	10

(A) $\sqrt{3}$　(B) $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$　(C) 3　(D) $\dfrac{8}{5}$

10. 已知 $\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{6}\right)+\sin\alpha=\dfrac{4}{5}\sqrt{3}$, 则 $\sin\left(\alpha+\dfrac{7\pi}{6}\right)$ 的值是 ( )

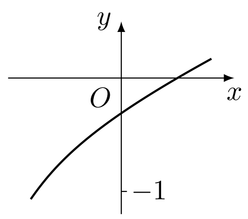
(A) $-\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$　(B) $\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$　(C) $-\dfrac{4}{5}$　(D) $\dfrac{4}{5}$

11. 若圆 C 的半径为 1, 圆心在第一象限, 且与直线 $4x-3y=0$ 和 x 轴相切, 则该圆的标准方程是 ( )

(A) $(x-3)^2+\left(y-\dfrac{7}{3}\right)^2=1$　(B) $(x-2)^2+(y-1)^2=1$

(C) $(x-1)^2+(y-3)^2=1$　(D) $\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+(y-1)^2=1$

12. 已知函数 $f(x)=\log_a(2^x+b-1)$ $(a>0,\ a\neq1)$ 的图象如图所示, 则 a, b 满足的关系是 ( )



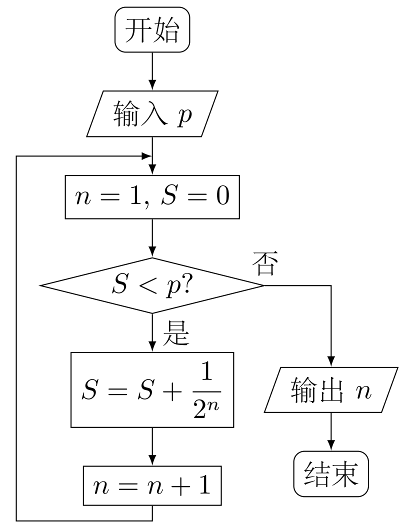
(A) $0<a^{-1}<b<1$　(B) $0<b<a^{-1}<1$

(C) $0<b^{-1}<a<-1$　(D) $0<a^{-1}<b^{-1}<1$

二、填空题

13. 已知圆 C: $x^2+y^2-6x-4y+8=0$. 以圆 C 与坐标轴的交点分别作为双曲线的一个焦点和顶点, 则适合上述条件的双曲线的标准方程为______.

14. 执行下面的程序框图, 若 $p=0.8$, 则输出的 $n=$______.



15. 已知 $f(3^x)=4x\log_23+233$, 则 $f(2)+f(4)+f(8)+\cdots+f(2^8)$ 的值等于______.

16. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+2\geqslant0,\\ 5x-y-10\leqslant0,\\ x\geqslant0,\\ y\geqslant0,\end{cases}$ 则 $z=2x+y$ 的最大值为______.

三、解答题

17. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin(\omega x+\varphi)-\cos(\omega x+\varphi)$ $(0<\varphi<\pi,\ \omega>0)$ 为偶函数, 且函数 $y=f(x)$ 图象的两相邻对称轴间的距离为 $\dfrac{\pi}{2}$.

(1) 求 $f\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$ 的值;

(2) 将函数 $y=f(x)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位后, 得到函数 $y=g(x)$ 的图象, 求 $g(x)$ 的单调递减区间.

18. 现有 8 名奥运会志愿者, 其中志愿者 A_1、A_2、A_3 通晓日语, B_1、B_2、B_3 通晓俄语, C_1、C_2 通晓韩语. 从中选出通晓日语、俄语和韩语的志愿者各 1 名, 组成一个小组.

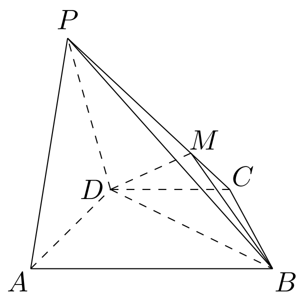
(1) 求 A_1 被选中的概率;

(2) 求 B_1 和 C_1 不全被选中的概率.

19. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$, $AB\parallel DC$, $\triangle PAD$ 是等边三角形, 已知 $BD=2AD=8$, $AB=2DC=4\sqrt{5}$.

(1) 设 M 是 PC 上的一点, 证明: 平面 $MBD\perp$ 平面 PAD;

(2) 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.



20. 将数列 $\{a_n\}$ 中的所有项按每一行比上一行多一项的规则排成如下数表:

$$\begin{array}{llll} a_1 & & & \\ a_2 & a_3 & & \\ a_4 & a_5 & a_6 & \\ a_7 & a_8 & a_9 & a_{10} \\ \cdots\cdots & & & \end{array}$$

记表中的第一列数 $a_1, a_2, a_4, a_7, \cdots$ 构成的数列为 $\{b_n\}$, $b_1=a_1=1$. S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 且满足 $\dfrac{2b_n}{b_nS_n-S_n^2}=1$ $(n\geqslant 2)$.

(1) 证明数列 $\left\{\dfrac{1}{S_n}\right\}$ 成等差数列, 并求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 上表中, 若从第三行起, 每一行中的数按从左到右的顺序均构成等比数列, 且公比为同一个正数. 当 $a_{81}=-\dfrac{4}{91}$ 时, 求上表中第 k $(k\geqslant 3)$ 行所有项和的和.

21. 设函数 $f(x)=x^2\mathrm{e}^{x-1}+ax^3+bx^2$, 已知 $x=-2$ 和 $x=1$ 为 $f(x)$ 的极值点.

(1) 求 a 和 b 的值;

(2) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(3) 设 $g(x)=\dfrac{2}{3}x^3-x^2$, 试比较 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的大小.

22. 已知曲线 C_1: $\dfrac{|x|}{a}+\dfrac{|y|}{b}=1$ $(a>b>0)$ 所围成的封闭图形的面积为 $4\sqrt{5}$, 曲线 C_1 的内切圆半径为 $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. 记 C_2 为以曲线 C_1 与坐标轴的交点为顶点的椭圆.

(1) 求椭圆 C_2 的标准方程;

(2) 设 AB 是过椭圆 C_2 中心的任意弦, l 是线段 AB 的垂直平分线. M 是 l 上异于椭圆中心的点.

① 若 $|MO|=\lambda|OA|$ (O 为坐标原点), 当点 A 在椭圆 C_2 上运动时, 求点 M 的轨迹方程;

② 若 M 是 l 与椭圆 C_2 的交点, 求 $\triangle AMB$ 的面积的最小值.