

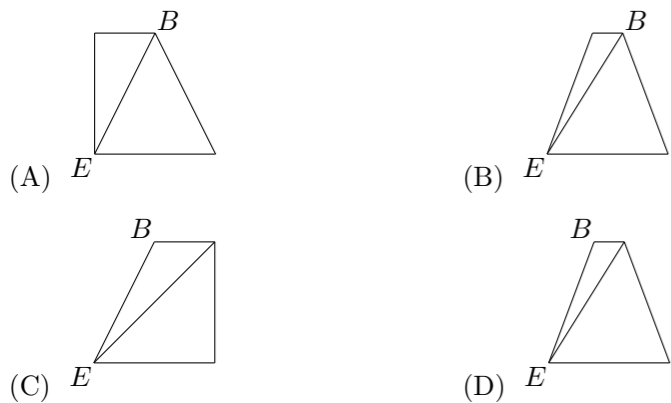
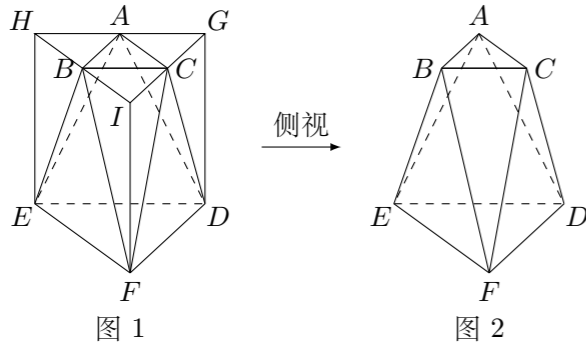
2008 普通高等学校招生考试 (广东卷理)

一、选择题

- 已知 $0 < a < 2$, 复数 z 的实部为 a , 虚部为 1 , 则 $|z|$ 的取值范围是 ()
 (A) $(1, 5)$ (B) $(1, 3)$ (C) $(1, \sqrt{5})$ (D) $(1, \sqrt{3})$
- 记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $a_1 = \frac{1}{2}$, $S_4 = 20$, 则 $S_6 =$ ()
 (A) 16 (B) 24 (C) 36 (D) 48
- 某校共有学生 2000 名, 各年级男、女生人数如下表. 已知在全校学生中随机抽取 1 名, 抽到二年级女生的概率是 0.19. 现用分层抽样的方法在全校抽取 64 名学生, 则应在三年级抽取的学生人数为 ()

	一年级	二年级	三年级
女生	373	x	y
男生	377	370	z

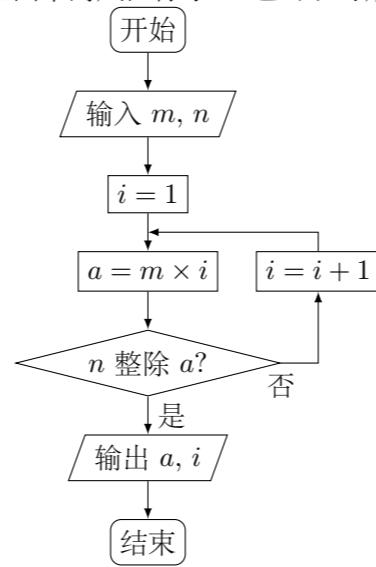
- (A) 24 (B) 18 (C) 16 (D) 12
- 若变量 x, y 满足 $\begin{cases} 2x + y \leq 40, \\ x + 2y \leq 50, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = 3x + 2y$ 的最大值是 ()
 (A) 90 (B) 80 (C) 70 (D) 40
 - 将正三棱柱截去三个角 (如图 1 所示 A, B, C 分别是 $\triangle GHI$ 三边的中点) 得到几何体如图 2, 则该几何体按图 2 所示方向的侧视图 (或称左视图) 为 ()



- 已知命题 p : 所有有理数都是实数, 命题 q : 正数的对数都是负数, 则下列命题中为真命题的是 ()
 (A) $(\neg p) \vee q$ (B) $p \wedge q$ (C) $(\neg p) \wedge (\neg q)$ (D) $(\neg p) \vee (\neg q)$
- 设 $a \in \mathbf{R}$, 若函数 $y = e^{ax} + 3x, x \in \mathbf{R}$ 有大于零的极值点, 则 ()
 (A) $a > -3$ (B) $a < -3$ (C) $a > -\frac{1}{3}$ (D) $a < -\frac{1}{3}$
- 在平行四边形 $ABCD$ 中, AC 与 BD 交于点 O, E 是线段 OD 的中点, AE 的延长线与 CD 交于点 F . 若 $\vec{AC} = \mathbf{a}, \vec{BD} = \mathbf{b}$, 则 $\vec{AF} =$ ()
 (A) $\frac{1}{4}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b}$ (B) $\frac{2}{3}\mathbf{a} + \frac{1}{3}\mathbf{b}$ (C) $\frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{4}\mathbf{b}$ (D) $\frac{1}{3}\mathbf{a} + \frac{2}{3}\mathbf{b}$

二、填空题

- 阅读如图的程序框图. 若输入 $m = 4, n = 6$, 则输出 $a =$ _____, $i =$ _____. (注: 框图中的赋值符号“=”也可以写成“←”或“:=”)



- 已知 $(1 + kx^2)^6$ (k 是正整数) 的展开式中, x^8 的系数小于 120, 则 $k =$ _____.
- 经过圆 $x^2 + 2x + y^2 = 0$ 的圆心 C , 且与直线 $x + y = 0$ 垂直的直线方程是 _____.
- 已知函数 $f(x) = (\sin x - \cos x) \sin x, x \in \mathbf{R}$, 则 $f(x)$ 的最小正周期是 _____.
- 已知曲线 C_1, C_2 的极坐标方程分别为 $\rho \cos \theta = 3, \rho = 4 \cos \theta$ ($\rho \geq 0, 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$), 则曲线 C_1 与 C_2 交点的极坐标为 _____.
- 已知 $a \in \mathbf{R}$, 若关于 x 的方程 $x^2 + x + \left|a - \frac{1}{4}\right| + |a| = 0$ 有实根, 则 a 的取值范围是 _____.
- 已知 PA 是圆 O 的切线, 切点为 $A, PA = 2. AC$ 是圆 O 的直径, PC 与圆 O 交于点 $B, PB = 1$, 则圆 O 的半径 $R =$ _____.

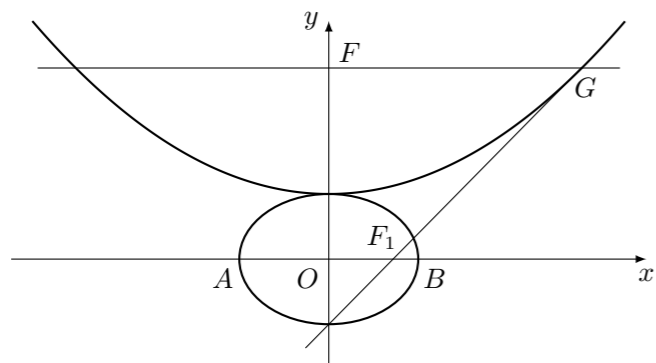
三、解答题

- 已知函数 $f(x) = A \sin(x + \varphi)$ ($A > 0, 0 < \varphi < \pi$), $x \in \mathbf{R}$ 的最大值是 1, 其图象经过点 $M\left(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{2}\right)$.
 (1) 求 $f(x)$ 的解析式;
 (2) 已知 $\alpha, \beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 且 $f(\alpha) = \frac{3}{5}, f(\beta) = \frac{12}{13}$, 求 $f(\alpha - \beta)$ 的值.

- 随机抽取某厂的某种产品 200 件, 经质检, 其中有一等品 126 件、二等品 50 件、三等品 20 件、次品 4 件. 已知生产 1 件一、二、三等品获利分别为 6 万元、2 万元、1 万元, 而 1 件次品亏损 2 万元, 设 1 件产品的利润 (单位: 万元) 为 ξ .
 (1) 求 ξ 的分布列;
 (2) 求 1 件产品的平均利润 (即 ξ 的数学期望);
 (3) 经技术革新后, 仍有四个等级的产品, 但次品率降为 1%, 一等品率提高为 70%. 如果此时要求 1 件产品的平均利润不小于 4.73 万元, 则三等品率最多是多少?

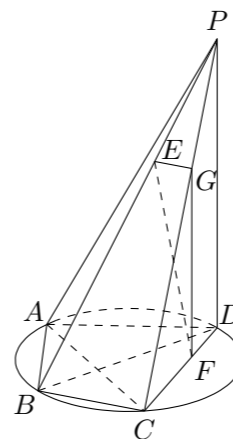
18. 设 $b > 0$, 椭圆方程为 $\frac{x^2}{2b^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, 抛物线方程为 $x^2 = 8(y - b)$. 如图所示, 过点 $F(0, b + 2)$ 作 x 轴的平行线, 与抛物线在第一象限的交点为 G . 已知抛物线在点 G 的切线经过椭圆的右焦点 F_1 .

- (1) 求满足条件的椭圆方程和抛物线方程;
 (2) 设 A, B 分别是椭圆长轴的左、右端点, 试探究在抛物线上是否存在点 P , 使得 $\triangle ABP$ 为直角三角形? 若存在, 请指出共有几个这样的点? 并说明理由 (不必具体求出这些点的坐标).



20. 如图所示, 四棱锥 $P - ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是半径为 R 的圆的内接四边形, 其中 BD 是圆的直径, $\angle ABD = 60^\circ$, $\angle BDC = 45^\circ$. PD 垂直底面 $ABCD$, $PD = 2\sqrt{2}R$. E, F 分别是 PB, CD 上的点, 且 $\frac{PE}{EB} = \frac{DF}{FC}$, 过点 E 作 BC 的平行线交 PC 于 G .

- (1) 求 BD 与平面 ABP 所成角 θ 的正切值;
 (2) 证明: $\triangle EFG$ 是直角三角形;
 (3) 当 $\frac{PE}{EB} = \frac{1}{2}$ 时, 求 $\triangle EFG$ 的面积.



21. 已知 p, q 是实数, α, β 为方程 $x^2 - px + q = 0$ 的两个实根, 数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_1 = p, x_2 = p^2 - q, x_n = px_{n-1} - qx_{n-2} (n = 3, 4, \dots)$.

- (1) 证明: $\alpha + \beta = p, \alpha\beta = q$;
 (2) 求数列 $\{x_n\}$ 的通项公式;
 (3) 若 $p = 1, q = \frac{1}{4}$, 求 $\{x_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

19. 设 $k \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x}, & x < 1, \\ -\sqrt{x-1}, & x \geq 1, \end{cases} F(x) = f(x) - kx, x \in \mathbf{R}$.
 试讨论函数 $F(x)$ 的单调性.