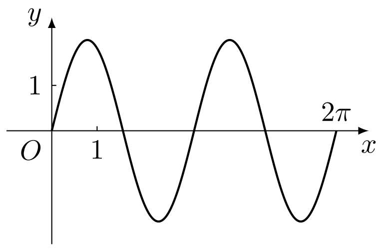
2008 普通高等学校招生考试 (琼、宁卷理)

一、选择题

1. 已知函数 $y=2\sin(\omega x+\varphi)$ $(\omega>0)$ 在区间 $[0,2\pi]$ 的图象如图, 那么 $\omega=$ ( )



(A) 1 (B) 2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$

2. 已知复数 $z=1-\mathrm{i}$, 则 $\dfrac{z^2-2z}{z-1}=$ ( )

(A) $2\mathrm{i}$ (B) $-2\mathrm{i}$ (C) 2 (D) -2

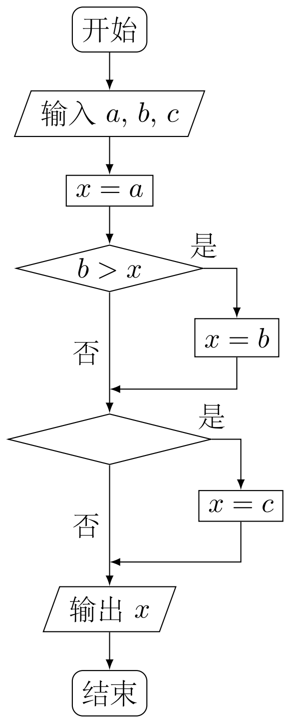
3. 如果等腰三角形的周长是底边长的 5 倍, 那么它的顶角的余弦值为 ( )

(A) $\frac{5}{18}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{7}{8}$

4. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q=2$, 前 n 项和为 S_n, 则 $\dfrac{S_4}{a_2}=$ ( )

(A) 2 (B) 4 (C) $\frac{15}{2}$ (D) $\frac{17}{2}$

5. 下面的程序框图, 如果输入三个实数 a, b, c, 要求输出这三个数中最大的数, 那么在空白的判断框中, 应该填入下面四个选项中的 ( )



(A) $c>x$ (B) $x>c$ (C) $c>b$ (D) $b>c$

6. 已知 $a_1>a_2>a_3>0$, 则使得 $(1-a_ix)^2<1$ $(i=1,2,3)$ 都成立的 x 取值范围是 ( )

(A) $\left(0,\dfrac{1}{a_1}\right)$ (B) $\left(0,\dfrac{2}{a_1}\right)$ (C) $\left(0,\dfrac{1}{a_3}\right)$ (D) $\left(0,\dfrac{2}{a_3}\right)$

7. $\dfrac{3-\sin 70^\circ}{2-\cos^2 10^\circ}=$ ( )

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. 平面向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 共线的充要条件是 ( )

(A) $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 方向相同

(B) $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 两向量中至少有一个为零向量

(C) $\exists\lambda\in\mathbf{R}$, $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$

(D) 存在不全为零的实数 λ_1, λ_2, $\lambda_1\boldsymbol{a}+\lambda_2\boldsymbol{b}=\mathbf{0}$

9. 甲、乙、丙 3 位志愿者安排在周一至周五的 5 天中参加某项志愿者活动, 要求每人参加一天且每天至多安排一人, 并要求甲安排在另外两位前面. 不同的安排方法共有 ( )

(A) 20 种 (B) 30 种 (C) 40 种 (D) 60 种

10. 由直线 $x=\dfrac{1}{2}$, $x=2$, 曲线 $y=\dfrac{1}{x}$ 及 x 轴所围图形的面积为 ( )

(A) $\frac{15}{4}$ (B) $\frac{17}{4}$ (C) $\frac{1}{2}\ln 2$ (D) $2\ln 2$

11. 已知点 P 在抛物线 $y^2=4x$ 上, 那么点 P 到点 $Q(2,-1)$ 的距离与点 P 到抛物线焦点距离之和取得最小值时, 点 P 的坐标为 ( )

(A) $\left(\dfrac{1}{4},-1\right)$ (B) $\left(\dfrac{1}{4},1\right)$ (C) $(1,2)$ (D) $(1,-2)$

12. 某几何体的一条棱长为 $\sqrt{7}$, 在该几何体的正视图中, 这条棱的投影是长为 $\sqrt{6}$ 的线段, 在该几何体的侧视图与俯视图中, 这条棱的投影分别是长为 a 和 b 的线段, 则 $a+b$ 的最大值为 ( )

(A) $2\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) 4 (D) $2\sqrt{5}$

二、填空题

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(0,-1,1)$, $\boldsymbol{b}=(4,1,0)$, $|\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{29}$ 且 $\lambda>0$, 则 $\lambda=$______.

14. 设双曲线 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$ 的右顶点为 A, 右焦点为 F. 过点 F 平行双曲线的一条渐近线的直线与双曲线交于点 B, 则 $\triangle AFB$ 的面积为______.

15. 一个六棱柱的底面是正六边形, 其侧棱垂直底面. 已知该六棱柱的顶点都在同一个球面上, 且该六棱柱的体积为 $\dfrac{9}{8}$, 底面周长为 3, 则这个球的体积为______.

16. 从甲、乙两品种的棉花中各抽测了 25 根棉花的纤维长度 (单位: mm), 结果如下:

甲品种: 271 273 280 285 285 287 292 294 295 301 303 303 307 308 310 314 319 323 325 325 328 331 334 337 352

乙品种: 284 292 295 304 306 307 312 313 315 315 316 318 318 320 322 322 324 327 329 331 333 336 337 343 356

由以上数据设计了如下茎叶图

甲		乙
3 1	27	
7 5 5 0	28	4
5 4 2	29	2 5
8 7 3 3 1	30	4 6 7
9 4 0	31	2 3 5 5 6 8 8
8 5 5 3	32	0 2 2 4 7 9
7 4 1	33	1 3 6 7
	34	3
2	35	6

根据以上茎叶图, 对甲、乙两品种棉花的纤维长度作比较, 写出两个统计结论:

① ________________________________;

② ________________________________.

三、解答题

17. 已知 $\{a_n\}$ 是一个等差数列, 且 $a_2=1$, $a_5=-5$.

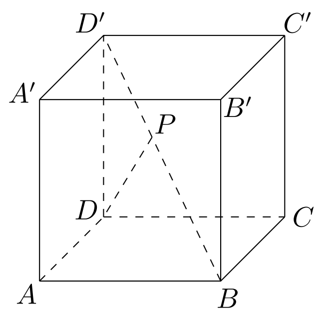
(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项 a_n;

(2) 求 $\{a_n\}$ 前 n 项和 S_n 的最大值.

18. 如图, 已知点 P 在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的对角线 BD' 上, $\angle PDA=60^\circ$.

(1) 求 DP 与 CC' 所成角的大小;

(2) 求 DP 与平面 $AA'D'D$ 所成角的大小.



19. A, B 两个投资项目的利润率分别为随机变量 X_1 和 X_2. 根据市场分析, X_1 和 X_2 的分布列分别为

X_1	5%	10%
P	0.8	0.2

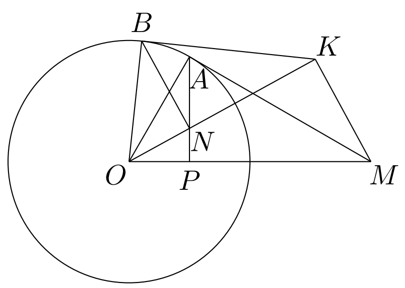
X_2	2%	8%	12%
P	0.2	0.5	0.3

(1) 在 A, B 两个项目上各投资 100 万元, Y_1 和 Y_2 分别表示投资项目 A 和 B 所获得的利润, 求方差 DY_1, DY_2;
(2) 将 x $(0 \leqslant x \leqslant 100)$ 万元投资 A 项目, $100-x$ 万元投资 B 项目, $f(x)$ 表示投资 A 项目所得利润的方差与投资 B 项目所得利润的方差的和. 求 $f(x)$ 的最小值, 并指出 x 为何值时, $f(x)$ 取到最小值.
(注: $D(aX+b)=a^2DX$)

20. 在直角坐标系 xOy 中, 椭圆 C_1: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2, F_2 也是抛物线 C_2: $y^2=4x$ 的焦点, 点 M 为 C_1 与 C_2 在第一象限的交点, 且 $|MF_2|=\dfrac{5}{3}$.
(1) 求 C_1 的方程;
(2) 平面上的点 N 满足 $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MF_1}+\overrightarrow{MF_2}$, 直线 $l \parallel MN$, 且与 C_1 交于 A、B 两点, 若 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$, 求直线 l 的方程.

21. 设函数 $f(x)=ax+\dfrac{1}{x+b}$ $(a,\ b\in\mathbf{Z})$, 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2,f(2))$ 处的切线方程为 $y=3$.
(1) 求 $f(x)$ 的解析式;
(2) 证明: 函数 $y=f(x)$ 的图象是一个中心对称图形, 并求其对称中心;
(3) 证明: 曲线 $y=f(x)$ 上任一点的切线与直线 $x=1$ 和直线 $y=x$ 所围三角形的面积为定值, 并求出此定值.

22. 如图, 过圆 O 外一点 M 作它的一条切线, 切点为 A, 过 A 点作直线 AP 垂直直线 OM, 垂足为 P.
(1) 证明: $OM\cdot OP=OA^2$;
(2) N 为线段 AP 上一点, 直线 NB 垂直直线 ON, 且交圆 O 于 B 点. 过 B 点的切线交直线 ON 于 K. 证明: $\angle OKM=90^\circ$.



23. 已知曲线 C_1: $\begin{cases} x=\cos\theta, \\ y=\sin\theta, \end{cases}$ (θ 为参数), 曲线 C_2: $\begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t-\sqrt{2}, \\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t, \end{cases}$ (t 为参数).
(1) 指出 C_1, C_2 各是什么曲线, 并说明 C_1 与 C_2 公共点的个数;
(2) 若把 C_1, C_2 上各点的纵坐标都压缩为原来的一半, 分别得到曲线 $C_1{}'$, $C_2{}'$. 写出 $C_1{}'$, $C_2{}'$ 的参数方程. $C_1{}'$ 与 $C_2{}'$ 公共点的个数和 C_1 与 C_2 公共点的个数是否相同? 说明你的理由.

24. 已知函数 $f(x)=|x-8|-|x-4|$.
(1) 作出函数 $y=f(x)$ 的图象;
(2) 解不等式 $|x-8|-|x-4|>2$.