2008 普通高等学校招生考试 (江西卷文)

一、选择题

1. “$|x|=|y|$”是“$x=y$”的 (　)

(A) 充分不必要条件　　(B) 必要不充分条件

(C) 充要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

2. 定义集合运算: $A*B=\{z \mid z=xy,\ x\in A,\ y\in B\}$. 设 $A=\{1,\ 2\}$, $B=\{0,\ 2\}$, 则集合 $A*B$ 的所有元素之和为 (　)

(A) 0　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 6

3. 若函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $[0,2]$, 则函数 $g(x)=\dfrac{f(2x)}{x-1}$ 的定义域是 (　)

(A) $[0,1]$　　(B) $[0,1)$　　(C) $[0,1)\cup(1,4]$　　(D) $(0,1)$

4. 若 $0<x<y<1$, 则

(A) $3^y<3^x$　　(B) $\log_x 3<\log_y 3$

(C) $\log_4 x<\log_4 y$　　(D) $\left(\dfrac{1}{4}\right)^x<\left(\dfrac{1}{4}\right)^y$

5. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2$, $a_{n+1}=a_n+\ln\left(1+\dfrac{1}{n}\right)$, 则 $a_n=$ (　)

(A) $2+\ln n$　　(B) $2+(n-1)\ln n$　　(C) $2+n\ln n$　　(D) $1+n+\ln n$

6. 函数 $f(x)=\dfrac{\sin x}{\sin x+2\sin\dfrac{x}{2}}$ 是 (　)

(A) 以 4π 为周期的偶函数　　(B) 以 2π 为周期的奇函数

(C) 以 2π 为周期的偶函数　　(D) 以 4π 为周期的奇函数

7. 已知 F_1、F_2 是椭圆的两个焦点, 满足 $\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=0$ 的点 M 总在椭圆内部, 则椭圆离心率的取值范围是 (　)

(A) $(0,1)$　　(B) $\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$　　(C) $\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　(D) $\left[\dfrac{\sqrt{2}}{2},1\right)$

8. $(1+x)^{10}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{10}$ 展开式中的常数项为 (　)

(A) 1　　(B) $(\mathrm{C}_{10}^{1})^2$　　(C) C_{20}^{1}　　(D) C_{20}^{10}

9. 设直线 m 与平面 α 相交但不垂直, 则下列说法中正确的是 (　)

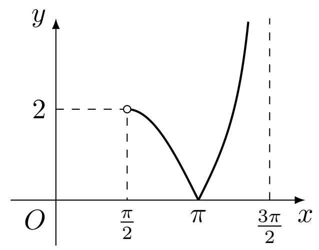
(A) 在平面 α 内有且只有一条直线与直线 m 垂直

(B) 过直线 m 有且只有一个平面与平面 α 垂直

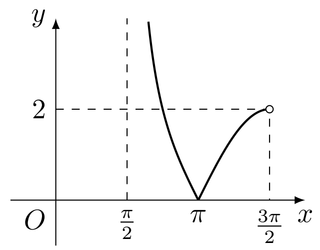
(C) 与直线 m 垂直的直线不可能与平面 α 平行

(D) 与直线 m 平行的平面不可能与平面 α 垂直

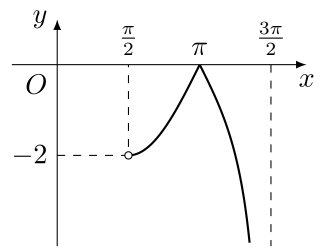
10. 函数 $y=\tan x+\sin x-|\tan x-\sin x|$ 在区间 $\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right)$ 内的图象大致是 (　)



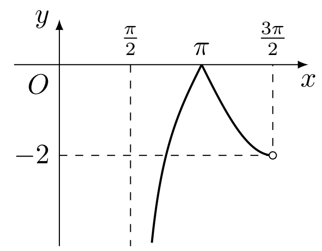
(A)



(B)



(C)



(D)

11. 电子钟一天显示的时间是从 00 : 00 到 23 : 59, 每一时刻都由四个数字组成, 则一天中任一时刻显示的四个数字之和为 23 的概率为 (　)

(A) $\dfrac{1}{180}$　　(B) $\dfrac{1}{288}$　　(C) $\dfrac{1}{360}$　　(D) $\dfrac{1}{480}$

12. 已知函数 $f(x)=2x^2+(4-m)x+4-m$, $g(x)=mx$, 若对于任一实数 x, $f(x)$ 与 $g(x)$ 的值至少有一个为正数, 则实数 m 的取值范围是 (　)

(A) $[-4,4]$　　(B) $(-4,4)$　　(C) $(-\infty,4)$　　(D) $(-\infty,-4)$

二、填空题

13. 不等式 $2^{x^2+2x-4}\leqslant\dfrac{1}{2}$ 的解集为______.

14. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,\ b>0)$ 的两条渐近线方程为 $y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$, 若顶点到渐近线的距离为 1, 则双曲线方程为______.

15. 连结球面上两点的线段称为球的弦. 半径为 4 的球的两条弦 AB、CD 的长度分别等于 $2\sqrt{7}$、$4\sqrt{3}$, 每条弦的两端都在球面上运动, 则两弦中点之间距离的最大值为______.

16. 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 中, 有下列四个命题:

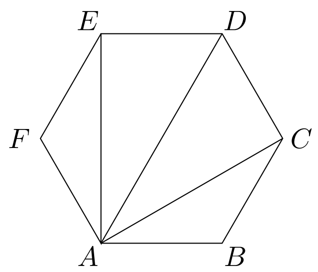
A. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{BC}$;

B. $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AF}$;

C. $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}$;

D. $\left(\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AF}\right)\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AD}\left(\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{EF}\right)$.

其中真命题的代号是______. (写出所有真命题的代号)



三、解答题

17. 已知 $\tan\alpha=-\dfrac{1}{3}$, $\cos\beta=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\alpha,\ \beta\in(0,\pi)$.

(1) 求 $\tan(\alpha+\beta)$ 的值;

(2) 求函数 $f(x)=\sqrt{2}\sin(x-\alpha)+\cos(x+\beta)$ 的最大值.

18. 因冰雪灾害, 某柑桔基地果林严重受损, 为此有关专家提出一种拯救果树的方案, 该方案需分两年实施且相互独立. 该方案预计第一年可以使柑桔产量恢复到灾前的 1.0 倍、0.9 倍、0.8 倍的概率分别是 0.2、0.4、0.4; 第二年可以使柑桔产量为第一年产量的 1.5 倍、1.25 倍、1.0 倍的概率分别是 0.3、0.3、0.4.

(1) 求两年后柑桔产量恰好达到灾前产量的概率;

(2) 求两年后柑桔产量超过灾前产量的概率.

19. 等差数列 $\{a_n\}$ 各项均为正整数, $a_1=3$, 前 n 项和为 S_n, 等比数列 $\{b_n\}$ 中, $b_1=1$, 且 $b_2S_2=64$, $b_3S_3=960$.

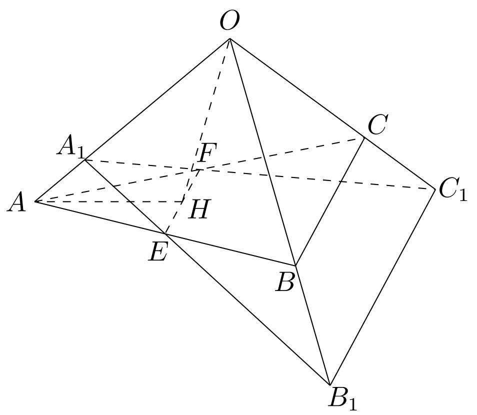
(1) 求 a_n 与 b_n;

(2) 求 $\dfrac{1}{S_1}+\dfrac{1}{S_2}+\cdots+\dfrac{1}{S_n}$.

20. 如图, 正三棱锥 $O-ABC$ 的三条侧棱 OA、OB、OC 两两垂直, 且长度均为 2. E、F 分别是 AB、AC 的中点, H 是 EF 的中点, 过 EF 的一个平面与侧棱 OA、OB、OC 或其延长线分别相交于 A_1、B_1、C_1, 已知 $OA_1=\dfrac{3}{2}$.

(1) 证明: $B_1C_1\perp$ 平面 OAH;

(2) 求二面角 $O-A_1B_1-C_1$ 的大小.



21. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{1}{3}ax^3-a^2x^2+a^4$ $(a>0)$.

(1) 求函数 $y=f(x)$ 的单调区间;

(2) 若函数 $y=f(x)$ 的图象与直线 $y=1$ 恰有两个交点, 求 a 的取值范围.

22. 已知抛物线 $y=x^2$ 和三个点 $M(x_0,y_0)$、$P(0,y_0)$、$N(-x_0,y_0)$ $(y_0\neq x_0^2, y_0>0)$, 过点 M 的一条直线交抛物线于 A、B 两点, AP、BP 的延长线分别交曲线 C 于 E、F.

(1) 证明 E、F、N 三点共线;

(2) 如果 A、B、M、N 四点共线, 问: 是否存在 y_0, 使以线段 AB 为直径的圆与抛物线有异于 A、B 的交点? 如果存在, 求出 y_0 的取值范围, 并求出该交点到直线 AB 的距离; 若不存在, 请说明理由.