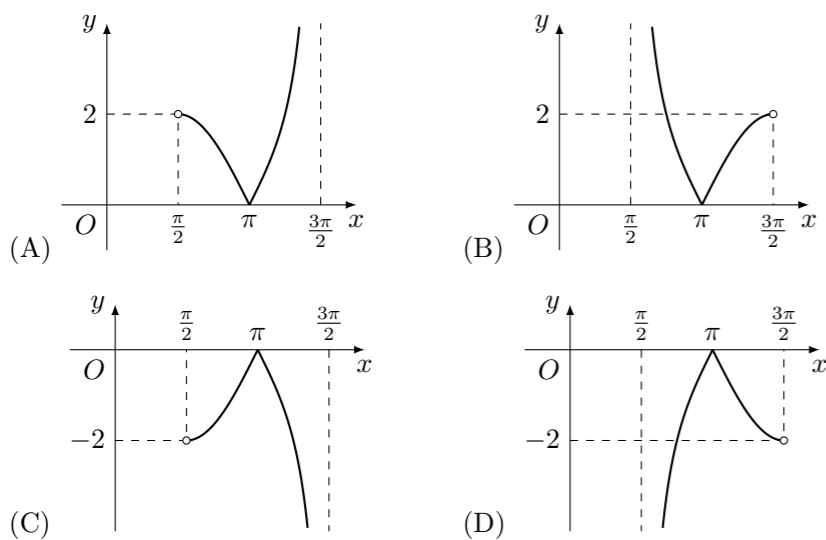


2008 普通高等学校招生考试 (江西卷理)

一、选择题

- 在复平面内, 复数 $z = \sin 2 + i \cos 2$ 对应的点位于 ()
(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限
- 定义集合运算: $A * B = \{z | z = xy, x \in A, y \in B\}$. 设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{0, 2\}$, 则集合 $A * B$ 的所有元素之和为 ()
(A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) 6
- 若函数 $y = f(x)$ 的值域是 $[\frac{1}{2}, 3]$, 则函数 $F(x) = f(x) + \frac{1}{f(x)}$ 的值域是 ()
(A) $[\frac{1}{2}, 3]$ (B) $[2, \frac{10}{3}]$ (C) $[\frac{5}{2}, \frac{10}{3}]$ (D) $[3, \frac{10}{3}]$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{x}-1} =$ ()
(A) $\frac{1}{2}$ (B) 0 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) 不存在
- 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + \ln(1 + \frac{1}{n})$, 则 $a_n =$ ()
(A) $2 + \ln n$ (B) $2 + (n-1) \ln n$ (C) $2 + n \ln n$ (D) $1 + n + \ln n$
- 函数 $y = \tan x + \sin x - |\tan x - \sin x|$ 在区间 $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ 内的图象大致是 ()



- 已知 F_1, F_2 是椭圆的两个焦点, 满足 $\overrightarrow{MF_1} \cdot \overrightarrow{MF_2} = 0$ 的点 M 总在椭圆内部, 则椭圆离心率的取值范围是 ()
(A) (0, 1) (B) $(0, \frac{1}{2}]$ (C) $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ (D) $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$

- $(1 + \sqrt[3]{x})^6 (1 + \frac{1}{\sqrt{x}})^{10}$ 展开式中的常数项为 ()
(A) 1 (B) 46 (C) 4245 (D) 4246

- 若 $0 < a_1 < a_2, 0 < b_1 < b_2$, 且 $a_1 + a_2 = b_1 + b_2 = 1$, 则下列代数式中值最大的是 ()

- (A) $a_1 b_1 + a_2 b_2$ (B) $a_1 a_2 + b_1 b_2$ (C) $a_1 b_2 + a_2 b_1$ (D) $\frac{1}{2}$

- 连结球面上两点的线段称为球的弦. 半径为 4 的球的两条弦 AB, CD 的长度分别等于 $2\sqrt{7}, 4\sqrt{3}$, M, N 分别为 AB, CD 的中点, 每条弦的两端都在球面上运动, 有下列四个命题:

- ① 弦 AB, CD 可能相交于点 M ;
- ② 弦 AB, CD 可能相交于点 N ;
- ③ MN 的最大值为 5;
- ④ MN 的最小值为 1.

其中真命题的个数为 ()

- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

- 电子钟一天显示的时间是从 00:00 到 23:59, 每一时刻都由四个数字组成, 则一天中任一时刻显示的四个数字之和为 23 的概率为 ()

- (A) $\frac{1}{180}$ (B) $\frac{1}{288}$ (C) $\frac{1}{360}$ (D) $\frac{1}{480}$

- 已知函数 $f(x) = 2mx^2 - 2(4-m)x + 1, g(x) = mx$, 若对于任一实数 x , $f(x)$ 与 $g(x)$ 的值至少有一个为正数, 则实数 m 的取值范围是 ()

- (A) (0, 2) (B) (0, 8) (C) (2, 8) (D) $(-\infty, 0)$

二、填空题

- 直角坐标平面内三点 $A(1, 2), B(3, -2), C(9, 7)$, 若 E, F 为线段 BC 的三等分点, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF} =$ _____.

- 不等式 $2^{x-\frac{3}{2}+1} \leq \frac{1}{2}$ 的解集为 _____.

- 过抛物线 $x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点 F 作倾斜角为 30° 的直线, 与抛物线分别交于 A, B 两点 (点 A 在 y 轴左侧), 则 $\frac{|AF|}{|FB|} =$ _____.

- 如图 1, 一个正四棱柱形的密闭容器水平放置, 其底部镶嵌了同底的正四棱锥形实心装饰块, 容器内盛有 a 升水时, 水面恰好经过正四棱锥的顶点 P . 如果将容器倒置, 水面也恰好过点 P (图 2). 有下列四个命题:

- 正四棱锥的高等于正四棱柱高的一半;
- 将容器侧面水平放置时, 水面也恰好过点 P ;
- 任意摆放该容器, 当水面静止时, 水面都恰好经过点 P ;
- 若往容器内再注入 a 升水, 则容器恰好能装满.

其中真命题的代号是 _____ (写出所有真命题的代号)

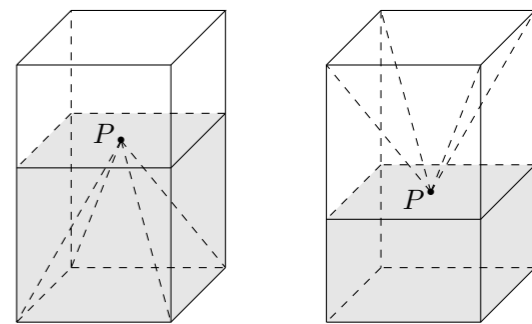


图 1

图 2

三、解答题

- 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为角 A, B, C 所对的边长, $a = 2\sqrt{3}$, $\tan \frac{A+B}{2} + \tan \frac{C}{2} = 4, \sin B \sin C = \cos^2 \frac{A}{2}$. 求 A, B 及 b, c .

- 因冰雪灾害, 某柑桔基地果林严重受损, 为此有关专家提出两种拯救果树的方案, 每种方案都需分两年实施. 若实施方案一, 预计第一年可以使柑桔产量恢复到灾前的 1.0 倍、0.9 倍、0.8 倍的概率分别是 0.3、0.3、0.4; 第二年可以使柑桔产量为第一年产量的 1.25 倍、1.0 倍的概率分别是 0.5、0.5. 若实施方案二, 预计第一年可以使柑桔产量达到灾前的 1.2 倍、1.0 倍、0.88 倍的概率分别是 0.2、0.3、0.5; 第二年可以使柑桔产量为第一年产量的 1.2 倍、1.0 倍的概率分别是 0.4、0.6. 实施每种方案第一年与第二年相互独立, 令 $\xi_i (i = 1, 2)$ 表示方案 i 实施两年后柑桔产量达到灾前产量的倍数.

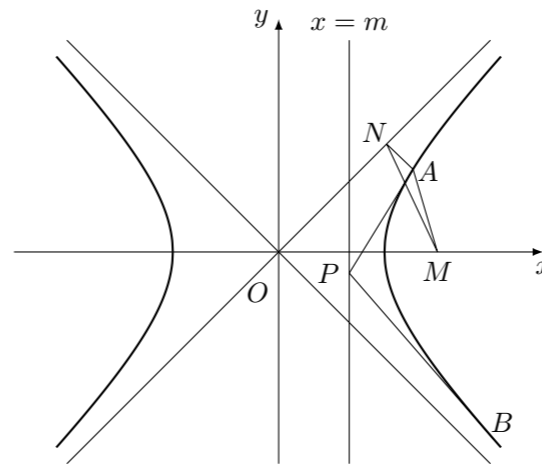
- (1) 写出 ξ_1, ξ_2 的分布列;
- (2) 实施哪种方案, 两年后柑桔产量超过灾前产量的概率更大?
- (3) 不管哪种方案, 如果实施两年后柑桔产量达不到、恰好达到、超过灾前产量, 预计利润分别为 10 万元、15 万元、20 万元. 问实施哪种方案的平均利润更大?

19. 等差数列 $\{a_n\}$ 各项均为正整数, $a_1 = 3$, 前 n 项和为 S_n , 等比数列 $\{b_n\}$ 中, $b_1 = 1$, 且 $b_2 S_2 = 64$, $\{b_n\}$ 是公比为 64 的等比数列.

- (1) 求 a_n 与 b_n ;
 (2) 证明: $\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \dots + \frac{1}{S_n} < \frac{3}{4}$.

21. 设点 $P(x_0, y_0)$ 在直线 $x = m$ ($y \neq \pm m, 0 < m < 1$) 上, 过点 P 作双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 的两条切线 PA 、 PB , 切点为 A 、 B , 定点 $M\left(\frac{1}{m}, 0\right)$.

- (1) 过点 A 作直线 $x - y = 0$ 的垂线, 垂足为 N , 试求 $\triangle AMN$ 的重心 G 所在的曲线方程;
 (2) 求证: A 、 M 、 B 三点共线.



22. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}} + \frac{1}{\sqrt{1+a}} + \sqrt{\frac{ax}{ax+8}}$, $x \in (0, +\infty)$.

(1) 当 $a = 8$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;
 (2) 对任意正数 a , 证明: $1 < f(x) < 2$.

20. 如图, 正三棱锥 $O-ABC$ 的三条侧棱 OA 、 OB 、 OC 两两垂直, 且长度均为 2. E 、 F 分别是 AB 、 AC 的中点, H 是 EF 的中点, 过 EF 的一个平面与侧棱 OA 、 OB 、 OC 或其延长线分别相交于 A_1 、 B_1 、 C_1 , 已知 $OA_1 = \frac{3}{2}$.

- (1) 证明: $B_1C_1 \perp$ 平面 OAH ;
 (2) 求二面角 $O-A_1B_1-C_1$ 的大小.

